$\overrightarrow{a} = (a_1, a_2)$, $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2)$ とする。△OAB に余弦定理を用いると,

$|\overrightarrow{c}|^2 = |\overrightarrow{a}|^2 + |\overrightarrow{b}|^2 - 2|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta$

ここで,

$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}$ より,

$$|\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}|^2 = |\overrightarrow{a}|^2 + |\overrightarrow{b}|^2 - 2|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta$$

$$|\overrightarrow{b}|^2 - 2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b} + |\overrightarrow{a}|^2 = |\overrightarrow{a}|^2 + |\overrightarrow{b}|^2 - 2|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta$$

$$-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b} = -2|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta$$

$$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta$$

$$|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

$$= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

空間ベクトルの場合は,

$\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$ とすれば同じ結果が得られる。

図 I