

文字式の利用

なぜ文字は m, n と 2 つ必要なのか。

例えば、偶数と偶数の和は偶数であることを説明しなさい。という問題があり、その解答が以下のようであった。

(誤答)

m を自然数とし、偶数を $2m$ とすると、

$$2m + 2m = 2 \times 2m$$

$2m$ は偶数なので、偶数と偶数の和は偶数である。(end)

これは間違いであることはご存じでしょうか。

この式の場合、 m を $1, 2, 3, \dots$ と変化させても同じ数字の和 ($2+2, 8+8$ など) しか求められないのです。数学の場合、すべての場合において説明しなければなりません。従って、文字を m, n と設定することで異なる 2 つの数字の和を実現しているのです。

(解答例)

m, n を自然数とすると、2 つの偶数は $2m, 2n$ と表せる。

それらの和は、

$2m + 2n = 2(m + n)$ よって $2 \times (\text{自然数})$ となり、2 つの偶数の和は偶数である。(end)

連続する 3 つの自然数の和は 3 の倍数になることを説明しなさい。

ではこの問題で、文字が 3 つ必要なのでしょうか。答えは文字は 1 つです。

文字が 3 つ(例えば a, b, c) あると、 a は 1, b は 3, c は 10 とか独立したことを言えるのです。これでは連続しなくなります。そこで文字を 1 つにする、例えば最も小さい自然数を n とすると、 $n, n+1, n+2$ という文字の置き方になります。ここで n を 7 とおくと 7, 8, 9 という具合に連続する 3 数が決まります。1 つの文字にすることで、他の 2 数が決まる仕組みになっているのです。

説明には次の流れで行うとよいでしょう。

- (1) 使う文字の設定(自然数か整数なのか)
- (2) 問題にあった式を作る
- (3) 計算
- (4) 問題にあった式変形
- (5) 文で締めくくる

これを守っていれば道を大きくそれることはないでしょう。

文字式を使う便利さ

文字式を使うことは 数字を文字で置くことで、全ての数字をカバーできるんです。

例えば 1Lあたりのガソリンの値段を 105 円とする。

1 日の値段がずっと 105 円なら、これは定数(決まった数)になります。

ただ、ガソリンの値段は日々変わるので、文字を使って x 円と置くことで、

今日は 105 円, 明日は 98 円のように, 違った値が取れるのです。これを変数といいます。こうやって文字で置くことで、数字全体を x だけで表すことができるんです。数字全体といってもガソリンの値段は自然数ですので、この場合は自然数全体をカバーできることになります。

偶数 + 偶数 = 偶数という問題も同じです。

数学ではすべての現象について説明しなければなりません。 $2+4=6$

$$10+22=32$$

$$102+98=200$$

だから偶数になるではだめで、1兆 + 2兆 = 3兆も説明しなくてはいけません。そのために文字が出てくるのです。

2つの偶数を、整数を表す文字 m, n をつかって、 $2m, 2n$ とすると、

$$2m + 2n = 2(m + n)$$

$2 \times (\text{整数})$ より 偶数と偶数の和は偶数である。

この m, n には整数であれば、どんな値を入れてもいいことになるので、1兆であろうが、1000001, 9, 5, -2などを代入して、すべての偶数 + 偶数の説明が1つの式で、できることになります。

文字式とは一般に数量を簡単に表すというものです。

たくさんの偶数を $2m$ という式1つだけで表せるってある意味すごいですね？