比21

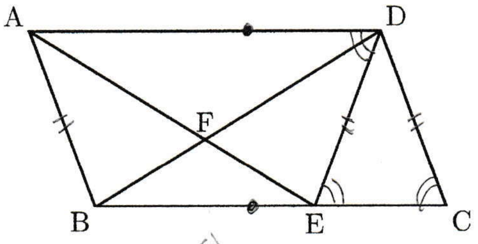
右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。
辺 BC 上に CD=DE となる点 E をとり，線分 AE と線分 BD の交点を F とする。
次の (1)，(2) の問いに答えなさい。

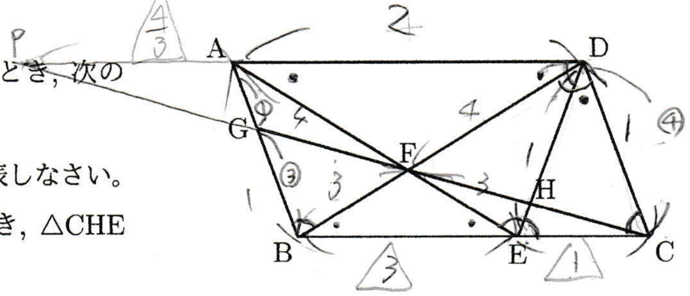
(1) △ADE≡△BCD であることを証明しなさい。

(2) 直線 CF と辺 AB，線分 DE との交点をそれぞれ G，H とする。
AD : DE= 2 : 1，∠DAE=∠CDE のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① BE : EC を最も簡単な整数の比で表しなさい。

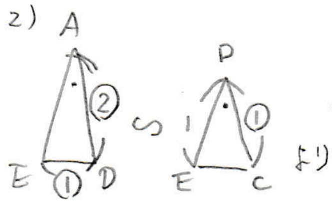
② △AGF の面積を $1\,\mathrm{cm}^2$ としたとき，△CHE の面積を求めなさい。





〔大分県〕

(1)
△ADEと△BCDで
仮定より
CD=DE … ①
□ABCDなので
AD=BC … ②
△DECは二等辺三角形で
AD//BCなので
∠ADE=∠DEC=∠BCD
より
∠ADE=∠BCD … ③
①，②，③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ADE≡△BCD

(2)
①


$EC = \frac{1}{2}$ より

BC=AD=②より BE=BC−EC
$= ② - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

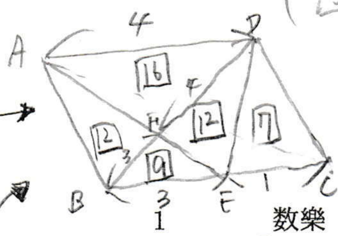
よって
$BE : EC = \frac{3}{2} : \frac{1}{2} = 3:1$　　3:1

②
上図より △GBF∽△CDFより
BG:DC=BF:DF=3:4　ABも4より
AG:BG=1:3　ADの延長とGCの延長の交点をP
また△PHD∽△CHEより相似比は
$(\frac{4}{3}+4) : 1 = 16:3 = DH:HE$

△AGFは12の$\frac{1}{4}$=3 … 1cm²
△CHEは7の$\frac{3}{19}$=$\frac{21}{19}$ … x cm²

ゆえに 3 : 1 = $\frac{21}{19}$: x　　$\frac{7}{19}$ cm²

△BFE∽△DFA 相似比
3:4より面積比 9:16
BF:DF=EF:AF=3:4
より△ABFと△DEFの面積の
割合は12 (3:4=x:16より)
これから△ABEが21 (12+9)
となり(2)①より△DEC=7となる



面積の割合図