O を原点とする座標平面上の 2 点 $P(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$, $Q(2\cos\theta+\cos 7\theta,\ 2\sin\theta+\sin 7\theta)$ を考える。ただし, $\frac{\pi}{8} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}$ とする。

(1) OP= $\boxed{\text{ア}}$, PQ= $\boxed{\text{イ}}$ である。また

$$\begin{aligned} OQ^2 &= \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}(\cos 7\theta\cos\theta + \sin 7\theta\sin\theta) \\ &= \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\cos\left(\boxed{\text{オ}}\theta\right) \end{aligned}$$

である。

よって, $\frac{\pi}{8} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}$ の範囲で, OQ は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

(2) 3 点 O, P, Q が一直線上にあるような θ の値を求めよう。

直線 OP を表す方程式は $\boxed{\text{ク}}$ である。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを, 次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $(\cos\theta)x+(\sin\theta)y=0$　　① $(\sin\theta)x+(\cos\theta)y=0$

② $(\cos\theta)x-(\sin\theta)y=0$　　③ $(\sin\theta)x-(\cos\theta)y=0$

このことにより, $\dfrac{\pi}{8} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ の範囲で, 3 点 O, P, Q が一直線上にあるのは $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときであることがわかる。

(3) ∠OQP が直角となるのは OQ$=\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ のときである。したがって, $\dfrac{\pi}{8} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ の範囲で, ∠OQP が直角となるのは $\theta = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$ のときである。

〔15 センター試験〕