3 zukei /144

図１のように, △ABC の辺 AB 上に点 D をとり, 辺 AC 上に BC//DE となる点 E をとる。また, 線分 BD 上に点 F をとり, 線分 AD 上に, AC : AE= BF : DG となる点 G をとる。

次の (1), (2) に答えなさい。

(1) △BCF∽△DEG であることを証明しなさい。

(2) 図２は, 図１の辺 AC 上に, DE//FH となるように点 H をとったものである。AG : GD=3 : 2 のとき, △AFH の面積は △FBC の面積の何倍か。求めなさい。

図１

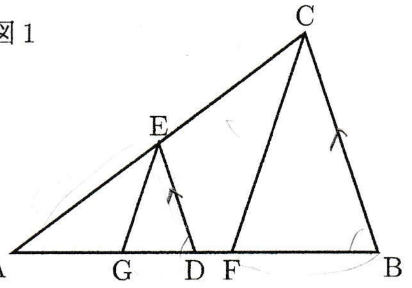
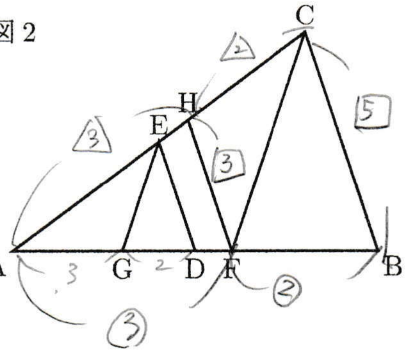


図２



〔山口県〕

(1)
△BCFと△DEGにおいて
BC//DEより錯角が等しいので
∠FBC=∠GDE …①
AC:AE=BF:DGであり
△AED∽△ACB(2組の角がそれぞれ等しい)
∠ADE=∠ABC(同位角)
∠A=∠A(共通)
であるから
AC:AE=BC:DE
これらより
BC:DE=BF:DG …②
①、②より 2組の辺の比と
その間の角がそれぞれ等しいので
△BCF∽△DEG

(1)より EG//CFであるから
△EAG∽△CAF
(1)より
△DEG∽△BCFより
AG:GD=AF:FB=3:2
△AFH:△ABCの相似比は
3:5より面積比は 9:25
△AFH:四角形HFBC=9:16
$\triangle FBC = \frac{\boxed{5}}{\boxed{5}+\boxed{3}} \times 16 = 10$

△AFH:△FBC=9:10
$= \frac{9}{10}$倍