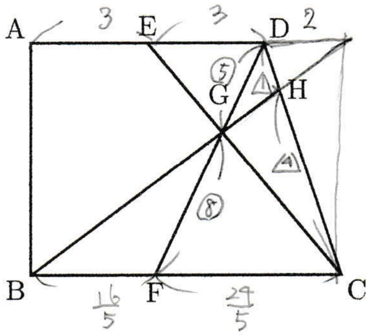
140

右の図の四角形 ABCD は AD//BC, ∠ABC ＝ 90° の台形である。E は辺 AD の中点であり, F は辺 BC 上の点で, BF : FC=2 : 3 である。また, G は線分 DF と EC との交点であり, H は辺 DC と直線 BG との交点である。

AB=AD=6 cm, BC=8 cm のとき, 次の①, ②の問いに答えなさい。

① 線分 EC の長さは何 cm か, 求めなさい。

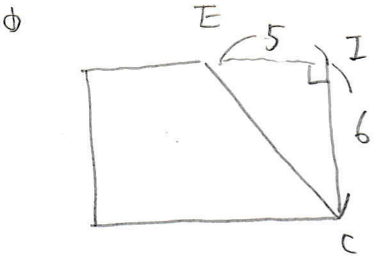
② △GBF の面積は △DGH の面積の何倍か, 求めなさい。



15 : 24

〔愛知県〕

①



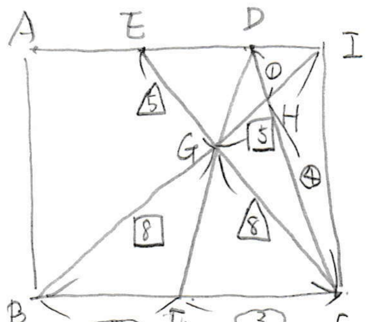
左図より

$EC = \sqrt{6^2+5^2}$

$= \sqrt{61}$

$\sqrt{61}$ cm

②



$\frac{2}{2+3} \times 8$　　$\frac{3}{2+3} \times 8$

BF : FC=2 : 3 より BF $= \frac{16}{5}$, FC $= \frac{24}{5}$ となる。

△EDG∽△CFG で相似比は $3 : \frac{24}{5} = 15 : 24 = 5 : 8$.

また BH を延長させ AD の延長線との交点を I とすると △IGH∽△BGF で相似比は 先の 5 : 8 がつかえるので DI : BF = DI : $\frac{16}{5}$ = 5 : 8 より DI = 2 となり四角形 ABCI が長方形となることが分かる

△GBF は △BCI の何倍か考えると BF : FC = 2 : 3, BG : IG = 8 : 5 から

$\triangle GBF = \triangle BCI \times \frac{8}{8+5} \times \frac{2}{2+3} = \frac{16}{65} \triangle BCI$ …①

△DGH は △EDC の何倍か考えると EG : CG = 5 : 8, DH : CH = 1 : 4 から

$\triangle DGH = \triangle EDC \times \frac{8}{8+5} \times \frac{1}{1+4} = \frac{8}{65} \triangle EDC$ …②

ここで △BCI と △EDC の面積比は △BCI : △EDC = BC : ED = 8 : 3 となり

8△EDC = 3△BCI となるので

$\triangle EDC = \frac{3}{8} \triangle BCI$ …③

③を②に代入すると $\frac{8}{65} \triangle EDC = \frac{8}{65} \times \frac{3}{8} \triangle BCI = \frac{3}{65} \triangle BCI = \triangle DGH$ …④

①、④より $\triangle GBF : \triangle DGH = \frac{16}{65} \triangle BCI : \frac{3}{65} \triangle BCI = 16 : 3$ となり $16 \div 3 = \frac{16}{3}$　$\frac{16}{3}$倍