



30不等式2

方程式 $\log x = 3x - k$ は実数 k のどんな範囲の値に対して実数解をもつか。また、このような k の最小の整数値を求めよ。ただし、対数は自然対数を表す。 [大阪工大]

$f(x) = \log x$ のグラフと $g(x) = 3x - k$ のグラフの交点で考える

$f'(x) = \frac{1}{x}$ $f(x)$ のグラフ上の点 $P(p, \log p)$ における接線の式は

$$y = \frac{1}{p}(x - p) + \log p$$

$y = \frac{1}{p}x + \log p - 1$ である $g(x) = 3x - k$ と等しい場合を

考えれば $\frac{1}{p} = 3$ より $p = \frac{1}{3} > 0$ である

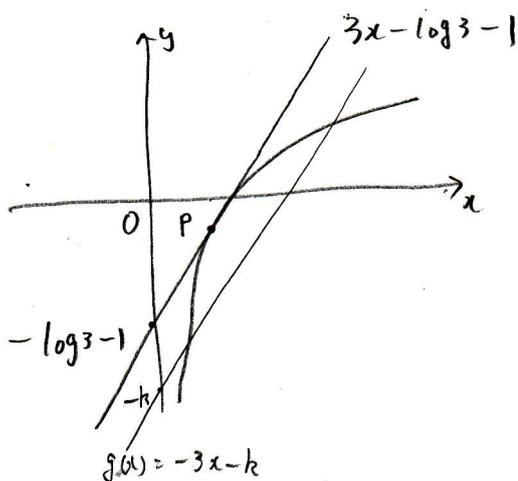
$$g(x) = 3x - k = 3x + \log \frac{1}{3} - 1$$

$$\therefore \text{ある} \quad -k = \log \frac{1}{3} - 1$$

$$-k = -\log 3 - 1$$

$$k = \log 3 + 1$$

$f(x) = \log x$ $g(x) = 3x - \log 3 - 1$ としたグラフを考えると



$$k \geq \log 3 + 1$$

$$e < 3 < e^2 \text{ より}$$

$$k \geq 2, \dots$$

従って最小の整数値は 3

