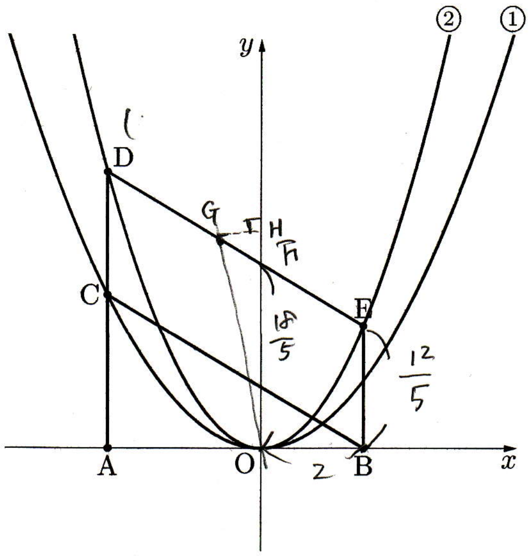
右の図で、点 O は原点であり、2 点 A,B の座標はそれぞれ $(-3,0),(2,0)$ である。放物線①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフであり、放物線②は関数 $y=ax^2$ のグラフで $a>0$ である。
点 A を通り、y 軸に平行な直線を引き、放物線①, 放物線②との交点をそれぞれ C,D とする。また、点 B を通り、y 軸に平行な直線を引き、放物線②との交点を E とする。点 B と点 C, 点 D と点 E をそれぞれ結ぶ。これについて次の (1)〜(3) の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について、x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) BC//ED であるとき、a の値を求めなさい。

(3) (2) のとき、原点を通り四角形 ABED の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

〔H24 香川改〕

(1) $\frac{5}{3}$

(2) D $(-3, 9a)$ E $(2, 4a)$

$\underbrace{(-3+2)\times a=-a}_{\text{直線DEの傾き}}$ BCの傾きが $-\frac{3}{5}$ であるから

$-a=-\frac{3}{5}$ $a=\frac{3}{5}$

(3) D $(-3, \frac{27}{5})$ E $(2, \frac{12}{5})$

$y=-\frac{3}{5}x+\frac{18}{5}$ …直線DE

四角形ABED $=(\frac{27}{5}+\frac{12}{5})\times5\times\frac{1}{2}=\frac{39}{2}$

四角形OBEF $=(\frac{12}{5}+\frac{18}{5})\times2\times\frac{1}{2}=6$

$\frac{39}{4}-6=\frac{39}{4}-\frac{24}{4}=\frac{15}{4}$

$\frac{18}{5}\times GH\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}$ $36\times GH=75$ $GH=\frac{25}{12}$ Gのx座標は $-\frac{25}{12}$

$y=-\frac{3}{5}\times(-\frac{25}{12})+\frac{18}{5}=\frac{5}{4}+\frac{18}{5}=\frac{25}{20}+\frac{72}{20}=\frac{97}{20}$ よって G $(-\frac{25}{12}, \frac{97}{20})$

$\frac{97}{20}=-\frac{25}{12}a$ $a=-\frac{291}{125}$

$y=-\frac{291}{125}x$