

2b Sum-7

初項から第3項までの和が21, 第3項から第5項までの和が84である等比数列の初項と公比を求めよ。

初項 a , 公比 r とする

$$a + ar + ar^2 = 21 \quad \text{①}$$

$$ar^2 + ar^3 + ar^4 = 84 \quad \text{②} \quad a \neq 0, r \neq 0$$

① $\times r^2$ より

$$ar^2 + ar^3 + ar^4 = 21r^2$$

② \div ① より

$$21r^2 = 84$$

$$r^2 = 4$$

$$r = \pm 2$$

$r = 2$ のとき

$$a + 2a + 4a = 21$$

$$7a = 21$$

$$a = 3$$

$r = -2$ のとき

$$a - 2a + 4a = 21$$

$$3a = 21$$

$$a = 7$$

よって

$$(a, r) = (3, 2), (7, -2)$$