



関数 $f(x), g(x)$ について, $\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\} = 2x+1$, $\frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\} = 3x^2 - 2x + 2$,
 $f(0) = 2, g(0) = -1$ という関係がある。 $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。 [和歌山大]

$$\int \frac{d}{dx} \{f(x)+g(x)\} = \int 2x+1 \, dx$$

$$f(x)+g(x) = x^2+x+a \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\int \frac{d}{dx} \{f(x)g(x)\} = \int 3x^2-2x+2 \, dx$$

$$f(x)g(x) = x^3-x^2+2x+b \quad \dots \textcircled{2}$$

$$f(0)+g(0) = 2-1 = 1 \quad \textcircled{1} \text{より}$$

$$f(0)+g(0) = a = 1 \quad \therefore f(x)+g(x) = x^2+x+1 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$f(0)g(0) = 2 \times (-1) = -2 \quad \textcircled{2} \text{より}$$

$$f(0)g(0) = b = -2 \quad \therefore f(x)g(x) = x^3-x^2+2x-2 \quad \dots \textcircled{4}$$

$f(x) = \alpha$ ($g(x) = \beta$) とおくと α, β は二次方程式

$$x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0 \text{ の解 である}$$

実際 $\textcircled{3}$ は $(x-1)(x^2+2)$ と因数分解できる

$$\therefore f(0) = 2 \text{ より } f(x) = x^2+2 \text{ である}$$

$$f(0) = -1 \text{ より } g(x) = x-1 \text{ である}$$

$$\underline{f(x) = x^2+2, \quad g(x) = x-1}$$

