

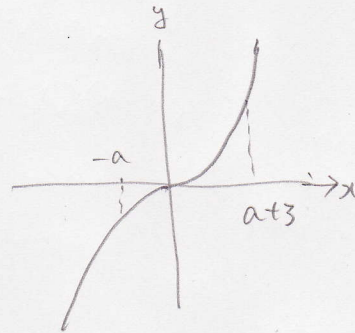


$\int_{-a}^{a+3} x|x| dx = 21$ となる正の数 a を求めよ。

[中部大]

$f(x) = x|x| \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x \geq 0 \text{ のとき } f(x) = x^2 \\ x \leq 0 \text{ のとき } f(x) = -x^2 \end{cases}$$



$a > 0$

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^0 -x^2 dx + \int_0^{a+3} x^2 dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 \right]_{-a}^0 + \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_0^{a+3} \\ &= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}(a+3)^3 \\ &= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}(a^3 + 9a^2 + 27a + 27) \\ &= 3a^2 + 9a + 9 \end{aligned}$$

$3a^2 + 9a + 9 = 21$

$a^2 + 3a - 4 = 0$

$(a+4)(a-1) = 0$

$a > 0 \text{ より } a = 1$

$a = 1$

