

高次 11
✓

a, b は実数とする。3次方程式 $x^3 + ax + b = 0$ が $1 + 2i$ を解に持つとき、定数 a, b の値を求めよ。また、他の解も求めよ。

$x = 1 + 2i$ と代入すると

$$(1 + 2i)^3 + a(1 + 2i) + b = 0$$

$$1 + 3 \cdot 1^2 \cdot 2i + 3 \cdot 1 \cdot (2i)^2 + (2i)^3 + a + 2ai + b = 0$$

$$1 + 6i - 12 - 8i + a + 2ai + b = 0$$

$$(a + b - 11) + (-2 + 2a)i = 0$$

$$\begin{cases} a + b - 11 = 0 \\ 2a - 2 = 0 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 10$$

∴

$$x^3 + x + 10 = 0$$

$$x = 1 + 2i \text{ より}$$

$$x - 1 = 2i$$

$$(x - 1)^2 = -4$$

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$x^3 + x + 10 = (x + 2)(x^2 - 2x + 5)$$

∴

他の解は $x = -2, 1 - 2i$

よって

$$(a, b) = (1, 10) \text{ 他の解は } x = -2, 1 - 2i$$

$$x = 1 + 2i$$

$$x - 1 = 2i$$

$$(x - 1)^2 = (2i)^2$$

$$x^2 - 2x + 5 = 0 \text{ を解く}$$

剰余0 = 1 + 2i かつ

剰余0 = 解より

割合可。

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x + 5 \overline{) x^3 + x + 10} \\ \underline{-(x^3 - 2x^2 + 5x)} \\ 2x^2 - 4x + 10 \end{array}$$