



siki 6



a を整数とし、 $\frac{2}{a-\sqrt{5}}$ の整数部分は 2 である。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) このような a に対して、

$\frac{2}{a-\sqrt{5}}$ の小数部分を x , $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{a-\sqrt{5}}}$ の小数部分を y

とおくとき、 $8x^2 - 6xy + y^2$ の値を求めよ。

(1)

[室蘭工大]

$$2 \leq \frac{2}{a-\sqrt{5}} < 3$$

$$2(a-\sqrt{5}) \leq 2 < 3(a-\sqrt{5})$$

$$2a - 2\sqrt{5} \leq 2$$

$$2a = 2 + 2\sqrt{5}$$

$$a = 1 + \sqrt{5} \approx 3.236$$

$$\therefore \underline{a=3}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{3-\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{3-\frac{2\sqrt{5}}{2}}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{5}{2}}}}$$

$$= \frac{2+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)^2}{5-1} = \frac{6+2\sqrt{5}}{2} = 3+\sqrt{5}$$

$$3+\sqrt{5} < 6 \quad \therefore y = 3+\sqrt{5} - 3 = \sqrt{5} - 2$$

$$8x^2 + 6xy + y^2 = (4x+y)(2x-y)$$

$$= (2\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-1-\sqrt{5}+2)$$

$$= \sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5}$$

$$\underline{= \sqrt{5}}$$

$$(3) \frac{2(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$2 < \frac{3+\sqrt{5}}{2} < 3 \quad \text{True}$$

$$x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} - 2$$

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

