正弦余弦 40　　ok

△ABC において, $\sin A = (\sqrt{6}+\sqrt{2})\sin B = (\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin C$ であるとき, $A = \boxed{}$ 度である。　〔芝浦工大〕

正弦定理より

$\sin A = \dfrac{a}{2R}$, $\sin B = \dfrac{b}{2R}$, $\sin C = \dfrac{c}{2R}$ より

$$\frac{a}{2R} = (\sqrt{6}+\sqrt{2})\frac{b}{2R} = (\sqrt{6}-\sqrt{2})\frac{c}{2R}$$

$$a = (\sqrt{6}+\sqrt{2})\,b = (\sqrt{6}-\sqrt{2})\,c$$

$$b = \frac{a}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \quad c = \frac{a}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

$b = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}a$　$c = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}a$ として △ABC で余弦定理を用いると

$$a^2 = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}a\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}a\right)\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}a\right)\cos A$$

$$a^2 = \frac{a^2}{4}(2-\sqrt{3}) + \frac{a^2}{4}(2+\sqrt{3}) - \frac{a^2}{2}\cos A$$

$a^2 = a^2 - \dfrac{a^2}{2}\cos A$ となり 整理すると

$\cos A = 0$　$(\because a \neq 0)$　$0° < A < 180°$ より

よって $\angle A = 90°$