正余弦 35

ok

$\triangle$ABC において, $\angle$A, $\angle$B, $\angle$C の大きさを, それぞれ $A$, $B$, $C$ で表す。

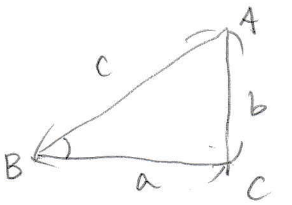
$$1+\sin^2 B=\cos^2 A+\sin^2 C$$

が成り立つとき, $C=$ **アイ** $^\circ$ である。また, この三角形の面積を 21, 外接円の半径を 10 とするとき, 辺 AB の長さは AB= **ウエ** で, さらに BC+CA= **オカ** である。

〔東京理科大・理系〕

与式は

$1+\sin^2 B = 1-\sin^2 A+\sin^2 C$




$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$ …①

正弦定理より $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$ より ∵ a, b, c は上図とする

$\sin A=\dfrac{a}{2R}$, $\sin B=\dfrac{b}{2R}$, $\sin C=\dfrac{c}{2R}$ となるので①は

$\left(\dfrac{a}{2R}\right)^2+\left(\dfrac{b}{2R}\right)^2=\left(\dfrac{c}{2R}\right)^2$ となり $c^2=a^2+b^2$ を得る

よって $C=90^\circ$ アイ

$R=10$ より $\dfrac{c}{\sin 90}=2\cdot 10$ ∴ $c=AB=20$ ウエ

面積21より, $\frac{1}{2}ab=21$ $ab=42$ …② また $a^2+b^2=400$ であるから

$(a+b)^2-2ab=400$ $ab=42$ より

$(a+b)^2-84=400$

$(a+b)^2=484$ $a+b>0$ より

∴ $a+b=\sqrt{484}=22$

ゆえに $BC+CA=22$

2) 1760
2) 880
2) 440
5) 220
2) 44
2) 22
11

32