

△ABCにおいて、∠A、∠B、∠Cの大きさを、それぞれA、B、C、また、それらの角の対辺の長さを、それぞれ、a、b、cで表すことにする。a=3、b=6、c=7のとき、 $\cos C = \frac{\square}{\square}$ となり、△ABCの面積Sは $S = \square\sqrt{\square}$ である。また、この三角形の外接円の半径R₁は $R_1 = \frac{\square}{\square}\sqrt{\square}$ であり、内接円の半径R₂は $R_2 = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$ である。
 [杏林大]



余弦定理より

$$49 = 36 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cos C$$

$$36 \cos C = -4$$

$$\cos C = -\frac{1}{9}$$

$$\sin^2 C = 1 - \left(-\frac{1}{9}\right)^2$$

$$\sin^2 C = \frac{80}{81} \quad \sin C > 0 \text{ より}$$

$$\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9} \dots \textcircled{1}$$

①より△ABCの面積Sは

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{4\sqrt{5}}{9} = 4\sqrt{5}, \quad \underline{S = 4\sqrt{5}}$$

正弦定理より

$$2R_1 = \frac{c}{\sin C} = \frac{7 \cdot 9}{4\sqrt{5}} = \frac{63\sqrt{5}}{20}$$

$$\therefore R_1 = \underline{\underline{\frac{63\sqrt{5}}{40}}}$$

$$\frac{1}{2}(7R_2 + 3R_2 + 6R_2) = S \text{ より}$$

$$8R_2 = 4\sqrt{5} \quad \therefore R_2 = \underline{\underline{\frac{\sqrt{5}}{2}}}$$