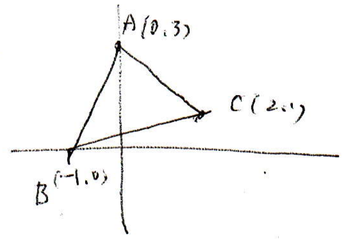
座標平面上の 3 点 A(0, 3), B(−1, 0), C(2, 1) を頂点とする △ABC を考える。

(1) △ABC の外接円の中心は $\left(\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}, \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\right)$ であり，半径は $\dfrac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ である。

また，$\sin\angle ABC = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ であり，△ABC の面積は $\boxed{コ}$ である。



このことから，△ABC の内接円の半径は

$\dfrac{\sqrt{\boxed{サシ}}-\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$

であることがわかる。

(2) 点 P が △ABC の辺上を動くとき，原点 O と点 P との距離の最大値は $\boxed{ソ}$，最小値は $\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{タチ}}}$ である。

(1) 中心の座標を(x, y)とおくと中心から各頂点への距離の2乗は〔センター試験〕

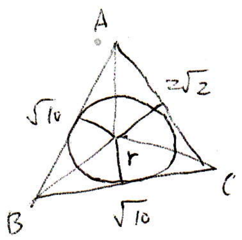
$$\begin{cases} x^2+(3-y)^2 \cdots ① \\ (x+1)^2+y^2 \cdots ② \\ (x-2)^2+(y-1)^2 \cdots ③ \end{cases}$$

①=②より $x+3y=4$

②=③より $3x+y=2$　　$x=\frac{1}{4},\ y=\frac{5}{4}$　$\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)\left(\frac{ア}{イ}\ \frac{ウ}{エ}\right)$

半径 $\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{49}{16}} = \frac{5\sqrt{2}}{4}\ \left(\frac{オ\sqrt{カ}}{キ}\right)$　　$\frac{AC}{\sin\angle ABC}=2R$ より $\frac{2\sqrt{2}}{\sin\angle ABC} = \frac{5\sqrt{2}}{4}\times 2$

これを解いて $\sin\angle ABC = \frac{4}{5}\ \left(\frac{ク}{ケ}\right)$　　$\triangle ABC = \frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot \sin\angle ABC = \frac{1}{2}\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{4}{5} = 4$ (コ)



$\frac{1}{2}\sqrt{10}r + \frac{1}{2}\sqrt{10}r + \frac{1}{2}2\sqrt{2}r = 4$ より

$(\sqrt{10}+\sqrt{2})r = 4$

$r = \frac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{10}-\sqrt{2})}{10-2} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}\ \left(\frac{\sqrt{サシ}-\sqrt{ス}}{セ}\right)$

(2) 最大は点Aのときで 3 (ソ)

直線BCは $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3} \rightarrow x-3y+1=0$ より 原点Oから直線BCへの垂線が最短

なので $\frac{|1\cdot 0-3\cdot 0+1|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}\ \left(\frac{1}{\sqrt{タチ}}\right)$