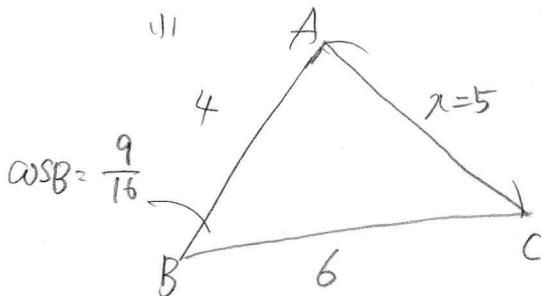


1A 三角関数27

AB=4, BC=6, $\cos B = \frac{9}{16}$ である $\triangle ABC$ について、つぎの問いに答えなさい。

- (1) 辺 AC の長さおよび $\cos A$ の値を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の半径を R とするとき、 R の値を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ の内接円の半径を求めよ。
- (5) 辺 BC 上に $\angle BAD = \angle ABD$ となるように、点 D をとるとき、 $\triangle ABD$ の面積を求めよ。

[標準問題]



$\triangle ABC$ で $AC=x$ とし
余弦定理を使うと

$$x^2 = 16 + 36 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{9}{16}$$

$$= 52 - 27$$

$$= 25 \quad x > 0 \text{ より } \underline{AC=5}$$

$\frac{1175}{5235}$
9

$36 = 16 + 25 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos A \quad 40 \cos A = 5 \quad \therefore \underline{\cos A = \frac{1}{8}}$

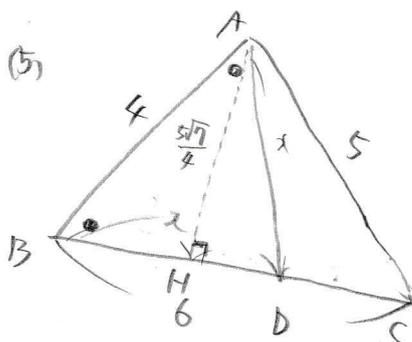
(2) $\cos B = \frac{9}{16}$ より $\sin^2 B = 1 - \left(\frac{9}{16}\right)^2 = \frac{256}{256} - \frac{81}{256} = \frac{175}{256} \quad \therefore \sin B = \frac{5\sqrt{7}}{16}$

$\therefore \frac{5}{\sin B} = 2R \quad \frac{5}{\frac{5\sqrt{7}}{16}} = 2R \quad 2R = \frac{16}{\sqrt{7}} \quad \underline{R = \frac{8\sqrt{7}}{7}}$

(3) $\triangle ABC$ の面積 S は $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{5\sqrt{7}}{16} = \underline{\underline{\frac{15\sqrt{7}}{4}}}$

(4) 内接円の半径を r とすると

$\frac{1}{2}(4+6+5)r = \frac{15\sqrt{7}}{4} \quad \underline{r = \frac{\sqrt{7}}{2}}$



A から BC におろした垂線の足を H とすると
 $6 \times AH \times \frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{7}}{4} \quad AH = \frac{5\sqrt{7}}{4}$

AD=BD=x とおいて余弦定理
 $x^2 = 16 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{9}{16}$
 $\frac{9}{2}x = 16 \quad x = \frac{32}{9}$

$\therefore \triangle ABD$ の面積は $\frac{32}{9} \times \frac{5\sqrt{7}}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{20\sqrt{7}}{9}$

数楽 <http://www.mathtext.info/>

$\underline{\underline{\frac{20\sqrt{7}}{9}}}$