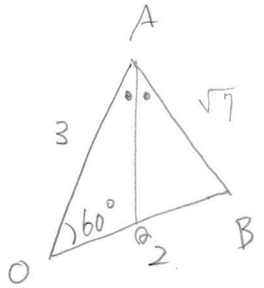
正弦余弦23

OA$=3$, OB$=2$, $\angle\mathrm{AOB}=60^\circ$ である三角形 OAB において, 頂点 O から辺 AB に下ろした垂線の足を H とする。

(1) $\dfrac{\mathrm{BH}}{\mathrm{AH}}=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$ である。



(2) 線分 OH 上に $\angle\mathrm{APB}=90^\circ$ となる点 P をとると,

$$\frac{\mathrm{HP}}{\mathrm{OP}}=\frac{\boxed{2}+\boxed{3}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{7}}$$

である。

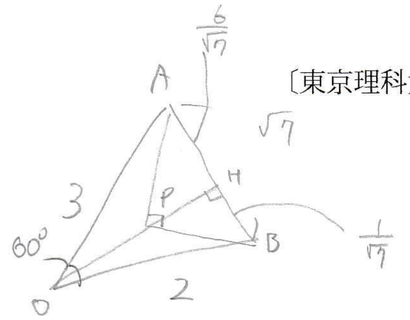
(3) $\angle\mathrm{OAB}$ の二等分線と辺 OB との交点を Q とすると,

$$\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{OQ}}=\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{3}}$$

である。

〔東京理科大〕

(1)



AB$=x$ とすると

$x^2=9+4-2\cdot3\cdot2\cos60^\circ$

$=13-6$

$=7.$ $x>0$ より $x=\sqrt{7}$

△ABCの面積 S

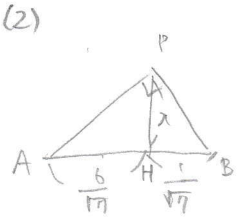
$S=\frac{1}{2}\cdot3\cdot2\sin60^\circ=\sqrt{7}\cdot\mathrm{OH}$　　$\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{7}\cdot\mathrm{OH}$　$\mathrm{OH}=\frac{3\sqrt{21}}{7}$

△AOHで三平方の定理より　$\mathrm{AH}=\sqrt{9-\frac{27}{7}}=\frac{6}{\sqrt{7}}$

△BOHで三平方の定理より　$\mathrm{BH}=\sqrt{4-\frac{27}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}$

$\therefore\ \frac{\mathrm{BH}}{\mathrm{AH}}=\frac{1}{6}$

(2)



HP$=x$とすると 三角形の相似より

$x:\frac{6}{\sqrt{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}:x$

$x^2=\frac{6}{7}$　$x>0$より

$x=\sqrt{\frac{6}{7}}=\frac{\sqrt{42}}{7}$

$\mathrm{OP}=\mathrm{OH}-\mathrm{HP}=\frac{3\sqrt{21}-\sqrt{42}}{7}$

$\therefore\ \frac{\mathrm{HP}}{\mathrm{OP}}=\frac{\sqrt{42}}{3\sqrt{21}-\sqrt{42}}=\frac{3\sqrt{2}+2}{7}$

(3)
角の二等分線の公式より

$\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{OQ}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$