正弦余弦 18

3 辺が AB=5, BC=6, CA=7 の △ABC がある。辺 BC を 3 等分する BC 上の 2 つの点を，点 B の方から，D, E とする。

(1) $\cos B$ は $\dfrac{1}{\boxed{}}$

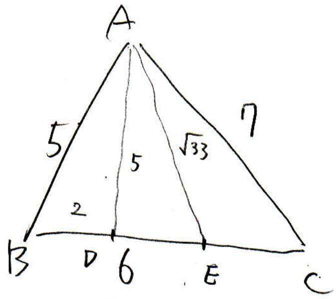
(2) $AD^2 = \boxed{}$ および $AE^2 = \boxed{}$ である。

(3) $\sin\angle ADC = \dfrac{2\sqrt{\boxed{}}}{5}$ となる。

(4) △ADE と △ADC の外接円の半径をそれぞれ R_1 および R_2 とすれば，$R_1 : R_2 = \sqrt{33} : \boxed{}$ である。

〔東北工業大〕

(1)



$49 = 25 + 36 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cos B$

$60 \cos B = 12$

$\underline{\cos B = \frac{1}{5}}$

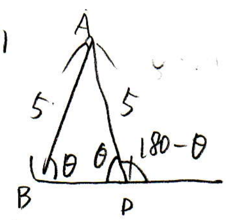
(2) $AD^2 = 25 + 4 - 2 \cdot 5 \cdot 2 \cos B$

$\underline{AD^2 = 25}$

$AE^2 = 25 + 16 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cos B$ 29

$\underline{AE^2 = 33}$

(3)



$\sin\angle ADC = \sin(180 - \angle B)$

$= \sin B$

$= \underline{\frac{2\sqrt{6}}{5}}$

$\cos B = \frac{1}{5}$ より $\sin^2 B + \frac{1}{25} = 1$

$\sin B > 0$ より $\sin B = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

(4) $\dfrac{\sqrt{33}}{\sin\angle ADE} = 2R_1$

$\dfrac{7}{\sin\angle ADC} = 2R_2$

$\sin\angle ADE = \sin\angle ADC$ より

$\underline{R_1 : R_2 = \sqrt{33} : 7}$