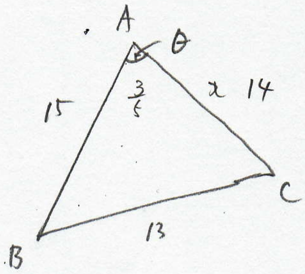
正弦余弦 11

$\triangle$ABC において, AB=15, BC=13, CA>10, $\cos A=\dfrac{3}{5}$ とする。このとき, CA= $\boxed{\text{ア}}$, $\sin A=$ $\boxed{\text{イ}}$, $\triangle$ABC の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。また, $\triangle$ABC の内接円の半径は $\boxed{\text{エ}}$, 外接円の半径は $\boxed{\text{オ}}$ である。 〔日本歯科大〕



CA $=x$ とおいて余弦定理

$169=225+x^2-2\cdot 15\cdot x\cos\theta$ $\quad\frac{3}{5}$

$x^2-18x+56=0$

$(x-4)(x-14)=0$ CA>10 より CA $x=14$ (ア)

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$ $0<\sin\theta<1$ より $\sin\theta=\frac{4}{5}$ (イ)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}AB\cdot AC\sin\theta=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot \overset{3}{\cancel{15}}\cdot\overset{7}{\cancel{14}}\cdot\frac{4}{\cancel{5}}=84$ (ウ)

$\triangle$ABC の内接円の半径を r とすると

$\frac{1}{2}r(AB+AC+BC)=84$ が成立するので

$\frac{1}{2}r\cdot 42=84$

$21r=84$

$r=4$ (エ)

$\frac{BC}{\sin\theta}=2R$ より ※ R は外接円の半径

$R=\dfrac{13}{2\cdot\frac{4}{5}}=\dfrac{65}{8}$ (オ)