



m, n を正の整数で、 $m < n$ とする。 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ のとき、 $m = \boxed{\text{ア}}$ 、 $n = \boxed{\text{イ}}$ である。 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{6}$ かつ $m < n$ を満たす正の整数 m, n の組 (m, n) は $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。
[東海大]

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m} \quad \text{より}$$

$$\frac{2}{m} > \frac{1}{2} \quad \text{であるから} \quad m < 4 \quad \text{または} \quad m > 2 \quad \text{であるから}$$

$$2 < m < 4 \quad \text{より} \quad m = 3$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6} \quad \therefore n = 6 \quad \underline{\underline{(ア) m=3 \quad (イ) n=6}}$$

同様に

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} < \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$\frac{2}{m} > \frac{1}{6} \quad \text{より} \quad m < 12 \quad \text{または} \quad m > 6 \quad \text{より} \quad 6 < m < 12 \quad \text{である}$$

$$m = 7, 8, 9, 10, 11 \quad \text{である}$$

$$m = 7 \text{ のとき} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42} \quad \text{O}$$

$$m = 8 \text{ のとき} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24} \quad \text{O}$$

$$m = 9 \text{ のとき} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18} \quad \text{O}$$

$$m = 10 \text{ のとき} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15} \quad \text{O}$$

$$m = 11 \text{ のとき} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{6} - \frac{1}{11} = \frac{5}{66} \quad \times$$

$$\therefore (m, n) = (7, 42), (8, 24), (9, 18), (10, 15)$$

(ウ) 4個

