



問題 7



$1 \leq m \leq n$  であって、

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{3}{2}$$

を満たす自然数の組  $(l, m, n)$  をすべて導きなさい。

[明治薬科大]

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{l} + \frac{1}{l} + \frac{1}{l} = \frac{3}{l}$$

$$\frac{3}{2} \leq \frac{3}{l} \quad \text{より} \quad l \leq 2 \quad \text{より} \quad l = 1 \text{ 或 } 2$$

i)  $l=1$  のとき

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \quad \text{より}$$

$$m \leq n \quad \text{より} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m} \quad \text{より} \quad \frac{2}{m} \geq \frac{1}{2} \quad \text{より}$$

$$m \leq 4 \quad \therefore m = 1, 2, 3, 4$$

$m=1$  のとき 不適

$m=2$  のとき 不適

$$m=3 \text{ のとき } \frac{1}{n} = \frac{1}{6} \quad \text{適する}$$

$$m=4 \text{ のとき } \frac{1}{n} = \frac{1}{4} \quad \text{適する}$$

ii)  $l=2$  のとき

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 1$$

$m \leq n$  より

$$1 = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m} \quad \text{より} \quad \frac{2}{m} \geq 1 \quad \text{より} \quad m = 1 \text{ 或 } 2$$

$m=1$  のとき 不適

$$m=2 \text{ のとき } \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \quad \text{適する}$$

i) ii) より

$$(l, m, n) = (1, 3, 6), (1, 4, 4), (2, 2, 2) \text{ の3組}$$

の3組

