

整数16

x, y を整数とするとき、方程式

$$\frac{x}{7} + \frac{y}{13} = 1$$

を満たす整数解を求めよ。

[頻出例題]

両辺 91 倍して

$$13x + 7y = 91$$

ここで

$13x + 7y = 1$ の整数解を考えよ

$x = -1, y = 2$ のとき成り立つので $13 \cdot (-1) + 7 \cdot 2 = 1$ とする

$$13x + 7y = 1$$

$$- \left. \begin{array}{l} 13 \cdot (-1) + 7 \cdot 2 = 1 \quad \dots (A) \end{array} \right\}$$

$$13(x+1) + 7(y-2) = 0 \quad 13, 7 \text{ は互いに素なので}$$

$$x+1 = 7k \quad x = 7k - 1$$

$$y-2 = -13k \quad y = -13k + 2 \quad \text{と変}$$

問題は $13x + 7y = 91$ に変換したので (A) を 91 倍して

$$13 \cdot (-91) + 7 \cdot 182 = 91 \text{ として同様に等変すると}$$

$$13x + 7y = 91$$

$$- \left. \begin{array}{l} 13 \cdot (-91) + 7 \cdot 182 = 91 \end{array} \right\}$$

$$13(x+91) + 7(y-182) = 0 \quad 13 \text{ と } 7 \text{ は互いに素なので}$$

$$x+91 = 7k$$

$$y-182 = -13k$$

$$\therefore \underline{x = 7k - 91 \quad y = -13k + 182}$$