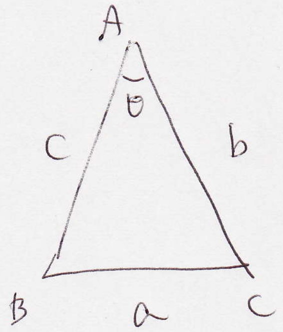
$2\sin B\cos A = \sin B + \sin C - \sin A$ が成り立つとき, △ABC はどんな三角形か。



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

より

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \quad \cdots ①$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$ より (Rは外接円の半径)

$$\sin A = \frac{a}{2R} \quad \cdots ②$$

$$\sin B = \frac{b}{2R} \quad \cdots ③$$

$$\sin C = \frac{c}{2R} \quad \cdots ④$$

①、②、③、④より与式は

$$2\left(\frac{b}{2R}\right)\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right) = \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} - \frac{a}{2R}$$

$$\frac{b^2+c^2-a^2}{c} = b + c - a$$

$$b^2 + \cancel{c^2} - a^2 = bc + \cancel{c^2} - ac$$

$$a^2 - b^2 - ac + bc = 0$$

$$(a+b)(a-b) - c(a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-c) = 0$$

$a-b=0$ または $a+b-c=0$

ここで $a+b-c \neq 0$ であるから $a-b=0$ となり

$a=b$

よって $BC=CA$ の二等辺三角形である。