(1) 実数 x, y が条件 $x + y = 1$ を満たすならば, $x^2 + y^2$ の最小値は $\boxed{}$ である。

(2) 実数 x, y, z が条件 $x + 2y + 3z = 1$ を満たすならば, $x^2 + 4y^2 + 9z^2$ は $x = \boxed{}$, $y = \boxed{}$, $z = \boxed{}$ のとき, 最小値 $\boxed{}$ をとる。

(1) シュワルツの不等式の利用.

$$(1^2+1^2)(x^2+y^2) \geqq (x+y)^2$$

$$2(x^2+y^2) \geqq (x+y)^2$$

$$x^2+y^2 \geqq \frac{1}{2}$$

等式成立は $x=y$ のとき

これより $\frac{1}{2}$

(2) 同じくシュワルツ

$$(1^2+1^2+1^2)(x^2+4y^2+9z^2) \geqq (x+2y+3z)^2$$

$$3(x^2+4y^2+9z^2) \geqq 1$$

$$x^2+4y^2+9z^2 \geqq \frac{1}{3}$$

等式成立は

$$x : 2y : 3z = 1 : 1 : 1 = k : k : k$$

$$x^2+4y^2+9z^2 = x^2+(2y)^2+(3z)^2$$
$$= k^2+k^2+k^2$$
$$= 3k^2$$

$3k^2 = \frac{1}{3}$ より

$k^2 = \frac{1}{9}$

$k = \pm\frac{1}{3}$

$k>0$ より $k = \frac{1}{3}$ よって $x = \frac{1}{3}$ $y = \frac{1}{6}$ $z = \frac{1}{9}$ のとき

最小値 $\frac{1}{3}$