1a matmn33

a を正の実数とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + 1$ に対して, 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

〔千葉大〕

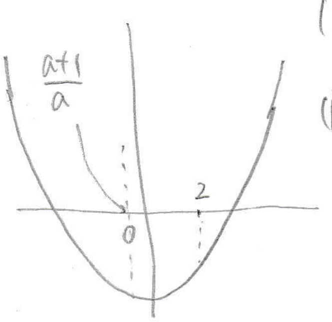
(1) $f(x) = a\left\{x^2 - \dfrac{2(a+1)}{a}x\right\} + 1$

$= a\left(x - \dfrac{a+1}{a}\right)^2 - \dfrac{(a+1)^2}{a} + 1$

$= a\left(x - \dfrac{a+1}{a}\right) + \dfrac{-a^2-a-1}{a}$ $\quad \therefore \left(\dfrac{a+1}{a}, -\dfrac{a^2+a+1}{a}\right)$

(2)

(i)



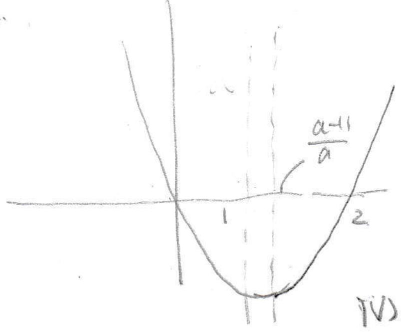
(i) $\dfrac{a+1}{a} \leqq 0$ のとき $\quad a \leqq -1$ 条件に合わない

(ii) $0 < \dfrac{a+1}{a} \leqq 1$ のとき $\quad 0 < a+1 \leqq 1$

$-1 < a \leqq 0$ で条件に合わない

(iii) $1 < \dfrac{a+1}{a} \leqq 2$ のとき $\quad a < a+1 \leqq 2a$

$a \geqq 1$ のとき



最小値 $f\left(\dfrac{a+1}{a}\right) = -\dfrac{a^2+a+1}{a}$

最大値 $f(0) = 1$

(iv) $\dfrac{a+1}{a} > 2$ のとき $\quad a+1 > 2a \quad a < 1,\ a > 0$ と合わせて

$0 < a < 1$ のとき

最小値 $f(2) = -3$

最大値 $f(0) = 1$

以上より 最大値は 1

最小値 $\begin{cases} a \geqq 1 \text{ のとき } -\dfrac{a^2+a+1}{a} \\ 0 < a < 1 \text{ のとき } -3 \end{cases}$ となる