

0と

max | A
min | B

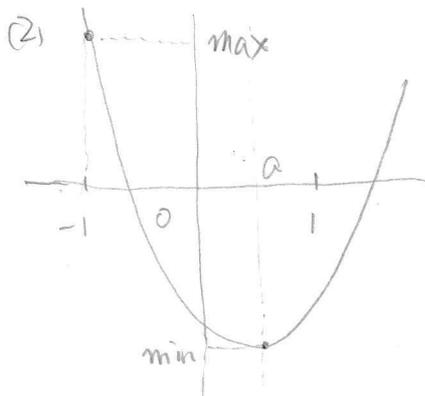
2次関数 $y = x^2 - 2ax + b$ を考える。

- (1) この関数のグラフの頂点の座標を a と b を用いて表せ。
- (2) $0 < a < 1$ とする。 x の変域を $-1 \leq x \leq 1$ としたときの y の最大値、および最小値を a と b を用いて表せ。
- (3) $0 < a < 1$ とする。 y の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値が 1、最小値が -1 となる a と b を求めよ。

[高知工科大]

(1) $y = (x-a)^2 - a^2 + b$

$\therefore (a, -a^2 + b)$



$x = -1$ のとき最大値をとる

$$2a + b + 1$$

$x = a$ のとき最小値をとる

$$-a^2 + b$$

(3) ②より

$$\begin{cases} 2a + b + 1 = 1 \\ -a^2 + b = -1 \end{cases} \text{と整理すると}$$

$$\begin{cases} 2a + b = 0 \quad \dots \textcircled{1} \\ -a^2 + b + 1 = 0 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{として連立不定方程式を解く}$$

①より $b = -2a$ を②に代入すると

$$-a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$a^2 + 2a - 1 = 0 \text{ となり}$$

$$(a+1)^2 = 2 \quad a = -1 \pm \sqrt{2} \quad 0 < a < 1 \text{ より}$$

$$a = -1 + \sqrt{2} \text{ となり } \textcircled{1} \text{ より } b = 2 - 2\sqrt{2}$$

$\therefore \underline{a = -1 + \sqrt{2}, b = 2 - 2\sqrt{2}}$