1A
maxmin30

aを定数とするとき, 2 次関数 $y = x^2 - 2ax + 2a^2$ について次の各問に答えよ。

(1) 区間 $0 \leqq x \leqq 2$ におけるこの関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) 区間 $0 \leqq x \leqq 2$ におけるこの関数の最小値が 20 であるとき, a の値を求めよ。

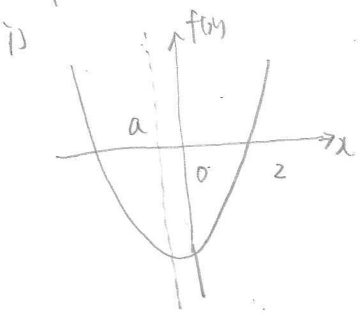
〔宇都宮大〕

(1)

$f(x)=x^2-2ax+2a^2$ とおく

$f(x)=(x-a)^2+a^2$

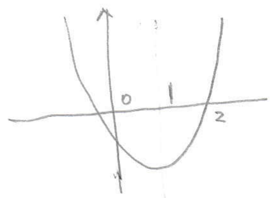
i)



$a \leqq 0$ のとき

・$f(x)$の最小値は $f(0)=2a^2$
$f(x)$の最大値は $f(2)=2a^2-4a+4$

ii)



$0<a<1$ のとき

・$f(x)$の最小値は $f(a)=a^2$
$f(x)$の最大値は $f(2)=2a^2-4a+4$

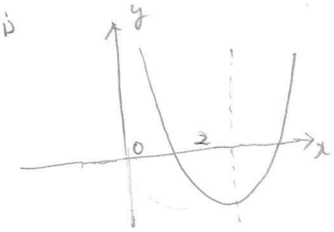
$a=1$のとき

・$f(x)$の最小値は $f(1)=2a^2-2a+1$
$f(x)$の最大値は $f(0)=2a^2$

$1<a\leqq 2$のとき

・$f(x)$の最小値は $f(a)=a^2$
$f(x)$の最大値は $f(0)=2a^2$

iii)



$a>2$ のとき

・$f(x)$の最小値は $f(2)=2a^2-4a+4$
$f(x)$の最大値は $f(0)=2a^2$

i)〜iii)より

最小値 $\begin{cases} a\leqq 0 \text{のとき} & 2a^2 \\ 0<a\leqq 2 \text{のとき} & a^2 \\ a>2 \text{のとき} & 2a^2-4a+4 \end{cases}$

最大値 $\begin{cases} a<1 \text{のとき} & 2a^2-4a+4 \\ a\geqq 1 \text{のとき} & 2a^2 \end{cases}$

$a=1$のとき 最大値を $f(2)=2a^2-4a+4$ とした場合は 最大値 $\begin{cases} a\leqq 1 \text{のとき} & 2a^2-4a+4 \\ a>1 \text{のとき} & 2a^2 \end{cases}$ となる

(2)

$2a^2=20$ $a^2=10$ $a=\pm\sqrt{10}$

$a\leqq 0$より $\underline{a=-\sqrt{10}}$

$a^2=20$ $a=\pm 2\sqrt{5}$ $0<a\leqq 2$ではないので不適

$2a^2-4a+4=20$ $a^2-2a-8=0$ $(a-4)(a+2)=0$ $a=4,-2$ $a>2$より $\underline{a=4}$

以上より $\underline{a=-\sqrt{10}, 4}$