3

x の関数 $y=2\sin^2 x+2a\cos x-a+1$ の最大値を $f(a)$ とする。ただし, $0^\circ \leqq x \leqq 180^\circ$ である。このとき $f(a)$ を a の式で表わせ。

$y=2(1-\cos^2 x)+2a\cos x-a+1$

$=-2\cos^2 x+2a\cos x-a+3$

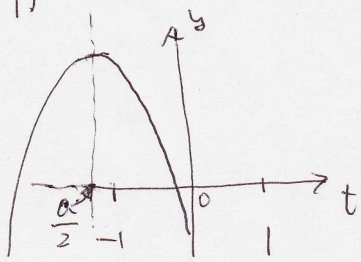
$\because$ $-1 \leqq \cos x \leqq 1$

ここで $\cos x = t$ とおくと

$y=-2t^2+2at-a+3$

$y=-2\left(t-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}-a+3$ $\because$ $-1\leqq t \leqq 1$

i)



$\frac{a}{2}\leqq -1$ のとき, つまり

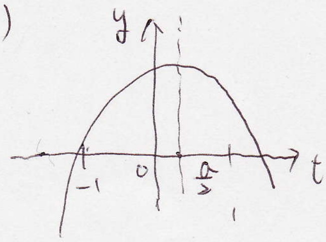
$a \leqq -2$ のとき

$t=-1$ のとき 最大値をとる

よって $f(a)=-2\left(-1-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}-a+3$

これより $f(a)=-3a+1$

ii)



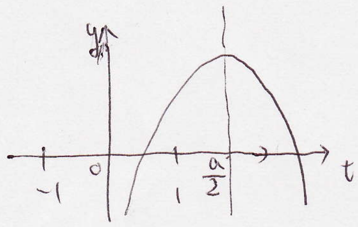
$-1\leqq \frac{a}{2} \leqq 1$ のときつまり

$-2\leqq a \leqq 2$ のとき

$t=\frac{a}{2}$ で最大値をとる

よって $f(a)=\frac{a^2}{2}-a+3$

iii)



$\frac{a}{2}\geqq 1$ のとき つまり

$a\geqq 2$ のとき $t=1$ のとき最大値をとる

$f(a)=-2\left(1-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}-a+3$

これより

$f(a)=a+1$