1A 18

曲線 $y = x^2$ 上の点 A$(-1, 1)$ を通る傾き 2 の直線を l とする。

(1) この曲線と l との, A 以外の交点 B の座標を求めよ。

(2) 点 P はこの曲線上を点 A から点 B まで動く。△ABP の面積が最大となるとき, 点 P の座標と △ABP の面積を求めよ。

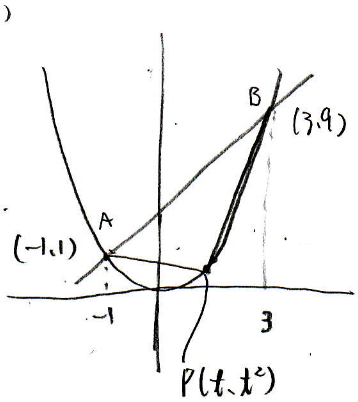
〔群馬大〕

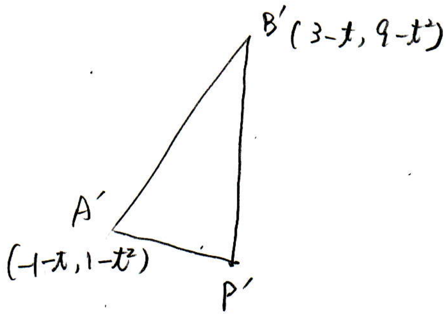
(1) $y=2(x+1)+1$ ∴ 直線 l は $\underline{y=2x+3}$

$x^2=2x+3$ とし

$x^2-2x-3=0$ $(x-3)(x+1)=0$ ∴ $\underline{B(3,9)}$

(2)





△ABPのPが原点にくるように平行移動させる

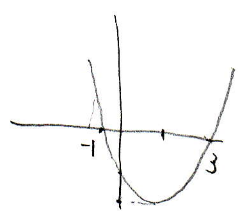
求める面積を $S(t)$ とすると

$$S(t)=\frac{1}{2}\left|(-1-t)(9-t^2)-(1-t^2)(3-t)\right|$$

$$=\frac{1}{2}\left|-9+t^2-9t+t^3-3+t+3t^2-t^3\right|$$

$$=\left|2t^2-4t-6\right|$$

$$=\left|2(t-1)^2-8\right|$$



∴ $-1<t<3$ で $t=1$ のとき

絶対値は最大になる

このとき $P(1,1)$ で最大の面積は 8

$-2x+y-3=0$ として

$P(t, t^2)$ から直線 l に

下ろした垂線でもokかな?

$$\frac{|-2t+t^2-3|}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{|(t-1)^2-4|}{\sqrt{5}}$$

$t=1$ のとき $\frac{4}{\sqrt{5}}$

最大の高さ

$AB=4\sqrt{5}$

∴ $4\sqrt{5}\cdot\frac{4}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{2}=8$ $P(1,1)$

16+64