



2次関数

max/min 15



2次関数 $f(x) = -x^2 + 2px - p^2 + p + 3$ (p は定数) がある。

- (1) $p = 2$ とする。 $f(x)$ の最大値および、そのときの x の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ の最大値が 4 以下であるような p の範囲を求めよ。
- (3) $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が 4 になるような p の値を求めよ。

1) $p = 2$ のとき

$-4 + 2 + 3$

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1$$

$$f(x) = -(x-2)^2 + 5$$

$\therefore x = 2$ のとき最大値 5

2)

$$f(x) = -(x-p)^2 + p + 3$$

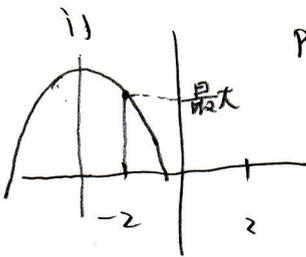
\therefore $f(x)$ は $x = p$ のとき最大値 $p + 3$ とす

$$p + 3 \leq 4 \text{ より}$$

$$p \leq 1$$

3)

$f(x) = -(x-p)^2 + p + 3$ について $-2 \leq x \leq 2$ のとき、軸 $x = p$ が場合わけ可能と



$p \leq -2$ のとき

$x = -2$ のとき最大

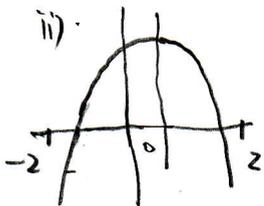
$$f(-2) = -4 - 4p - p^2 + p + 3$$

$$= -p^2 - 3p - 1$$

$$-p^2 - 3p - 1 = 4 \text{ より}$$

$$p^2 + 3p + 5 = 0 \text{ であるから、これは満たさず}$$

定数 p はない

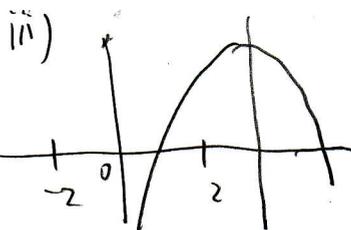


$-2 \leq p \leq 2$ のとき

$x = p$ のとき最大

$$f(p) = p + 3$$

$$p + 3 = 4 \text{ より } p = 1 \text{ しかは適する}$$



$p \geq 2$ のとき

$x = 2$ のとき最大

$$f(2) = -4 + 4p - p^2 + p + 3$$

$$= -p^2 + 5p - 1$$

$$-p^2 + 5p - 1 = 4$$

$$p^2 - 5p + 5 = 0$$

$$p \geq 2 \text{ より } p = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$$

以上より
 $p = 1, \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$

