

2次関数 $x^2 - 2ax + b$ の $x \leq 1$ における最小値を m とする。

(1) m を求めよ。

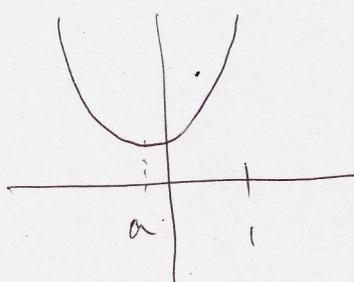
(2) $a \geq 1$ かつ $a - 2b \geq 3$ のとき、 m の最大値を求めよ。

[北大]

dy $f(x) = x^2 - 2ax + b$ とおく

$$f(x) = (x-a)^2 - a^2 + b$$

i)



$x \leq 1$ かつ

$a < 1$ かつ

$x = a$ で最小値をとる

よって $m = -a^2 + b$

ii) $x \leq 1$ かつ

$a \geq 1$ かつ

$x = 1$ で最小値をとる

$m = 1 - 2a + b$

(答)

$a < 1$ かつ

$m = -a^2 + b$

$a \geq 1$ かつ

$m = 1 - 2a + b$

(2)

$$a - 2b \geq 3 \text{ より}$$

$$-2b \geq -a + 3$$

$$b \leq \frac{a-3}{2}$$

$$b \leq \frac{1}{2}(a-3) \text{ かつ}$$

よって $a \geq 1$ かつ $m = 1 - 2a + b$ かつ

これより

$$1 - 2a + b \leq 1 - 2a + \frac{1}{2}(a-3)$$

よって $a \geq 1$, $b \leq \frac{1}{2}(a-3)$ より

$a=1$, $b = \frac{1}{2}(1-3)$ のとき最大値をとる

よって $a=1$, $b=-1$ のとき最大値は -2 となる

(答) $a=1$, $b=-1$ のとき最大値 -2