



解と係数の関係



2次関数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  は  $x = -1$  で最小値 6 をとる。また、方程式  $f(x) = 0$  の 2 つの解を  $\alpha$  と  $\beta$  とするとき、 $\alpha^3 + \beta^3 = 10$  になるという。このときの定数  $a, b, c$  の値を求めよ。  
[群馬大]

$f(x) = a(x+1)^2 + 6$  と表すことができる  $a > 0$

$\therefore f(x) = ax^2 + 2ax + a + 6$  と表すことも

$b = 2a \quad c = a + 6$  と表す

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -2 \\ \alpha\beta = \frac{a+6}{a} \end{cases}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= -8 - 3 \cdot \frac{a+6}{a} \cdot (-2)$$

$$= -8 + \frac{6(a+6)}{a}$$

と表すことも  $10$  と等しいから

$$-8 + \frac{6(a+6)}{a} = 10$$

$$-8a + 6a + 36 = 10a$$

$$-12a = -36$$

$$a = 3$$

$\therefore a = 3, b = 6, c = 9$

