GOOD JOB!

GOOD JOB!

aを定数として，放物線 $C_a : y = -x^2 + ax + a^2$ を考える。

(1) 放物線 C_a の頂点の座標は

$$\left(\frac{a}{\boxed{ア}},\ \frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}} a^2 \right)$$

であるから，頂点は曲線 $y = \boxed{エ} x^2$ 上にある。

(2) 座標平面上の2点 A$(-1, 1)$, B$(2, 4)$ を通る直線を l とする。放物線 C_a が直線 l と共有点をもつための a の範囲は

$$a \leqq \boxed{オカ},\quad a \geqq \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$$

である。C_a と l の共有点の座標は，$a = \boxed{オカ}$ のとき $\left(\boxed{ケコ}, \boxed{サ}\right)$，$a = \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ のとき $\left(\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}, \frac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}} \right)$ である。

また，C_a と線分 AB が異なる2点を共有するための a の範囲は

$$\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}} < a \leqq \boxed{テ}$$

である。

〔センター試験〕

(1) $y = -(x - \frac{a}{2})^2 + \frac{5}{4}a^2$ 　 $\left(\frac{a}{2}, \frac{5}{4}a^2\right) \left(\frac{a}{ア}, \frac{イ}{ウ}a^2\right)$

$x = \frac{a}{2}$ 　 $Y = \frac{5}{4}a^2$ とおくと $Y = 5X^2$ となる (エ)…5

(2) 直線AB … $y = x + 2$

$-x^2 + ax + a^2 = x + 2$

$x^2 + (1-a)x + 2 - a^2 = 0$

これが異なる2つの実数解をもつか重解

$(1-a)^2 - 4(2 - a^2) \geqq 0$

$5a^2 - 2a - 7 \geqq 0$

$(a+1)(5a-7) \geqq 0$

よって $a \leqq -1$ (オカ)

$a \geqq \frac{7}{5}$ $\left(\frac{キ}{ク}\right)$

$a = -1$ のとき

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x+1)^2 = 0$ 　 $(-1, 1)$ (ケコ, サ)

$a = \frac{7}{5}$ のとき

$x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

$(x - \frac{1}{5})^2 = 0$ 　 $\left(\frac{1}{5}, \frac{11}{5}\right)$ $\left(\frac{シ}{ス}, \frac{セソ}{タ}\right)$

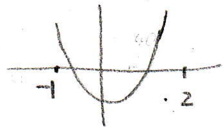
$\begin{cases} y = -x^2 + ax + a^2 & \cdots ① \\ y = x + 2 & \cdots ② \end{cases}$

この2の方程式の解が -1 と2の間にあればよい。

①,②より

$f(x) = x^2 + (1-a)x + 2 - a^2$ とおくと

$f(x) = \left(x + \frac{1-a}{2}\right)^2 + \frac{9 - 2a - 3a^2}{4}$



判別式 $D > 0$ より

$a < -1$ 　 $a > \frac{7}{5}$ …(ア)

軸 $-1 < \frac{1-a}{2} < 2$ より

$-1 < a < 5$ …(イ)

$f(-1) \geqq 0$ より

$a^2 - a - 2 \leqq 0$

$(a-2)(a+1) \leqq 0$

$-1 \leqq a \leqq 2$ …(ウ)

$f(2) \geqq 0$ より

$a^2 - a - 2 \leqq 0$

$(a+4)(a-2) \leqq 0$

$-4 \leqq a \leqq 2$ …(エ)

(ア)(イ)(ウ)(エ)より

$\frac{7}{5} < a \leqq 2$ $\left(\frac{チ}{ツ} < a \leqq テ\right)$

GOOD JOB!

GOOD JOB!