1a 2kanhutousik20

2khut20

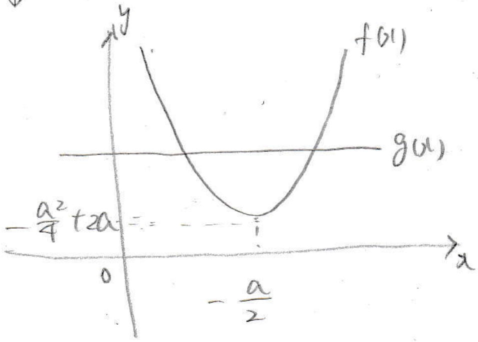
aを実数とする。xについての方程式$|x^2+ax+2a|=a+1$が異なる実数解をちょうど2個もつようなaの値の範囲を求めよ。〔千葉大〕

$f(x)=x^2+ax+2a$ …①　　$g(x)=a+1$

$=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+2a$

(i) ①より 判別式 $a^2-8a\leqq 0$のとき つまり $a(a-8)\leqq 0$

$0\leqq a\leqq 8$のとき



$-\frac{a^2}{4}+2a<a+1$ が条件

$a^2-8a>-4a-4$

$a^2-4a+4>0$

$(a-2)^2>0$ となるので $a\neq 2$

∴ $0\leqq a<2$　$2<a\leqq 8$ …(A)

(ii) 判別式 $a^2-8a>0$のとき $a(a-8)>0$ なので

$a<0$，$a>8$のとき

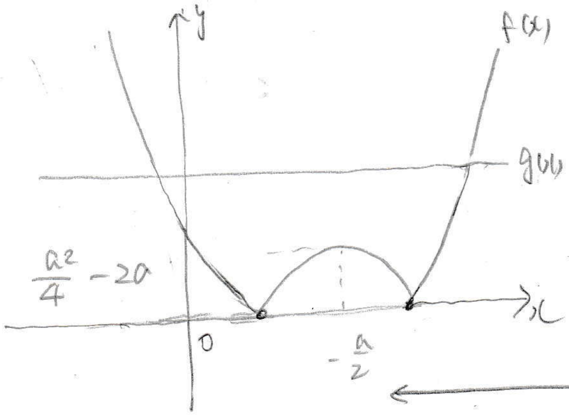
$\frac{a^2}{4}-2a<a+1$

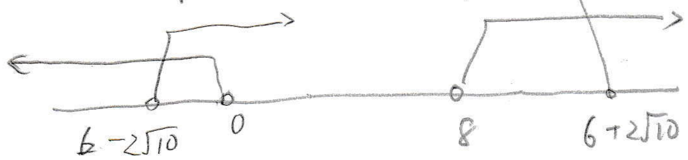
$a^2-8a<4a+4$

$a^2-12a-4<0$

$a=6\pm\sqrt{36+4}$

$=6\pm 2\sqrt{10}$





これより　$6-2\sqrt{10}<a<0$，$8<a<6+2\sqrt{10}$ …(B)

(iii) (ii)のとき $a+1=0$となるときも解は2つとなる。つまり $a=-1$ …(C)

$6-2\sqrt{10}>-1$

(A), (B), (C)より

$a=-1$，$6-2\sqrt{10}<a<2$，$2<a<6+2\sqrt{10}$