2次の不等式

IA 2次F1　19

o/c

座標平面において, 関数 $y=x^2+(2k-1)x-3k^2+9k-2$ のグラフを C とする。ただし, k は実数とする。C が x 軸と異なる 2 点 P, Q で交わるのは

$$k<\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\ \text{または}\ k>\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

のときである。さらに点 P, Q の x 座標がともに正となるのは,

$$\frac{\boxed{\text{オ}}-\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}<k<\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

のときである。C を x 軸方向に 3, y 軸方向に -2 だけ平行移動した曲線を C' とする。放物線 C' の軸が y 軸となるならば, $k=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。　〔東京理科大・理系〕

$(2k-1)^2-4(-3k^2+9k-2)>0$

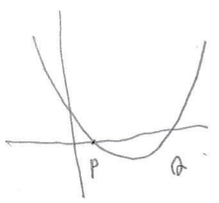
$4k^2-4k+1+12k^2-36k+8>0$

$16k^2-40k+9>0$

$(4k-1)(4k-9)>0$

$k<\frac{1}{4}\quad k>\frac{9}{4}\quad \cdots ①$

アイ　ウエ



$x=0$ のとき $y>0$

軸 >0

$-3k^2+9k-2>0$

$3k^2-9k+2<0$

$x=\frac{9\pm\sqrt{81-24}}{6}=\frac{9\pm\sqrt{57}}{6}$

$\therefore\ \frac{9-\sqrt{57}}{6}<x<\frac{9+\sqrt{57}}{6}\quad\cdots ②$

$y=\left(x+\frac{2k-1}{2}\right)^2+\frac{-16k^2+40k-9}{4}$

$-\frac{2k-1}{2}>0$ より

$-2k+1>0$

$2k<1$

$k<\frac{1}{2}\quad\cdots ③$

①, ②, ③ より

$\frac{9-\sqrt{57}}{6}<k<\frac{1}{4}$

オカキク　ケコ

C'

$y+2=(x-3)^2+(2k-1)(x-3)-3k^2+9k-2$

となり 整理して 平方完成する

$y+2=x^2-6x+9+2kx-x-6k+3-3k^2+9k-2$

$y=x^2+(-7+2k)x-3k^2+3k+8$

$\therefore\ y=\left(x+\frac{-7+2k}{2}\right)^2-\left(\frac{-7+2k}{2}\right)^2-3k^2+3k+8$

となり 軸が y 軸となるためには

$-\frac{-7+2k}{2}=0$ であることが条件

$7-2k=0$

$k=\frac{7}{2}$

軸が 3 ずれればよいので

$-\frac{2k-1}{2}+3=0$ として

$-2k+1+6=0$

$k=\frac{7}{2}$ の方が

エレガントだな。