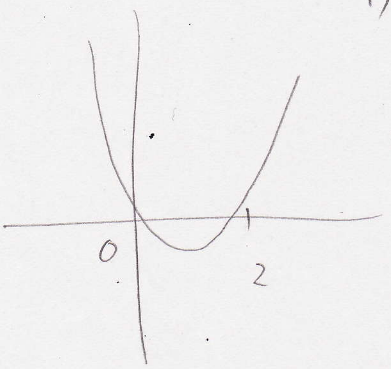
2 次方程式 $x^2-(2-a)x+1+a=0$ の相異なる 2 つの解のうち少なくとも 1 つが $0<x<2$ の範囲にあるように, 定数 a のとり得る値の範囲を定めよ。

$f(x)=x^2-(2-a)x+1+a$ とおく

$$f(x)=\left(x-\frac{2-a}{2}\right)^2+\frac{8a-a^2}{4}$$



i) $f(0)>0$

$1+a>0$ $\quad a>-1$ …①

ii) $f(2)>0$

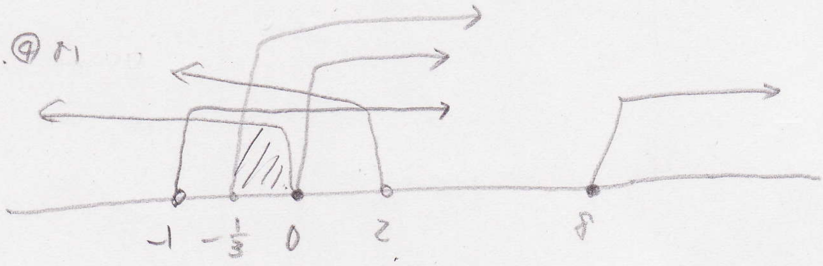
$4-2(2-a)+1+a>0$

$a>-\frac{1}{3}$ …②

iii) 軸 $0<\frac{2-a}{2}<2$ より $\quad 0<a<2$ …③

iv) $\frac{8a-a^2}{4}\leqq 0$ $\quad a(a-8)\geqq 0$ $\quad a\leqq 0$ $\quad a\geqq 8$ …④

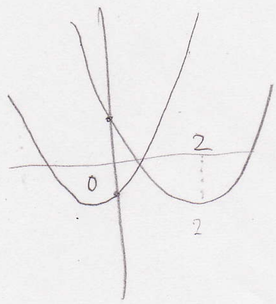
①,②,③,④より



①,②,③,④より

$-\frac{1}{3}<a\leqq 0$ …⑤

また



左図より

$f(0)f(2)<0$

$(1+a)(3a+1)<0$ より $\quad -1<a<-\frac{1}{3}$ …⑥

$a=-\frac{1}{3}$ のとき $3x^2-7x+2=0$ $\quad (3x-1)(x-2)=0$ となり $x=\frac{1}{3}, 2$ で

適する …⑦

ちなみに $f(0)=0$ のとき $a=-1$ であるがこのとき 他の解は $x=3$ であり不適 …⑧

よって ⑤,⑥,⑦,⑧より

$-1<a\leqq 0$