放物線 $C: y = x^2 + k$ と直線 $\ell: y = kx - 3$ がある。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) C と ℓ の共有点の個数を k の値により分類せよ。

(2) C と ℓ の共有点が $2 < x < 3$ と $3 < x < 4$ の範囲に 1 つずつ存在するように k の値の範囲を定めよ。

(1) $x^2 + k = kx - 3$

$x^2 - kx + k + 3 = 0$ とするとき

i) 判別式 $D > 0$ のとき

$k^2 - 4(k+3) > 0$

$k^2 - 4k - 12 > 0$

$(k-6)(k+2) > 0$

$\therefore$ $k > 6$　$k < -2$ のとき 2個

ii) 判別式 $D = 0$ のとき

$(k-6)(k+2) = 0$

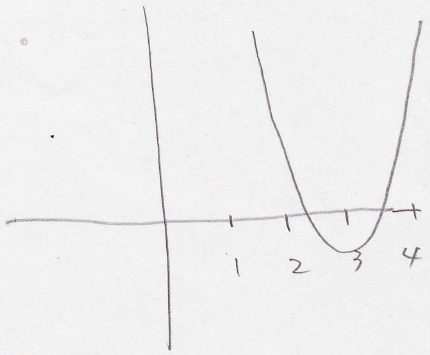
$\therefore$ $k = 6, -2$ のとき 1個

iii) 判別式 $D < 0$ のとき

$(k-6)(k+2) < 0$

$\therefore$ $-2 < k < 6$ のとき 0個

(2) $f(x) = x^2 - kx + k + 3$



i) $f(2) > 0$ より

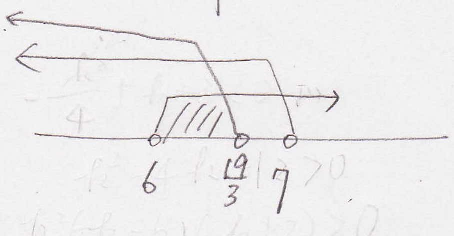
$4 - 2k + k + 3 > 0$ より　$k < 7$

ii) $f(4) > 0$ より

$16 - 4k + k + 3 > 0$ より　$k < \frac{19}{3}$

iii) $f(3) < 0$

$9 - 3k + k + 3 < 0$ より　$k > 6$



$6 < k < \frac{19}{3}$