

正弦定理 29

2015/A-2-2

△ABCにおいて、AB=3、BC=5、∠ABC = 120°とする。

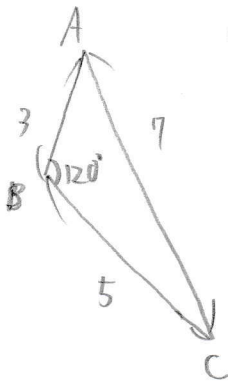
このとき、AC= 、 $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$ であり、

$\sin \angle BCA = \frac{\text{エ} \sqrt{\text{オ}}}{\text{カキ}}$ である。

直線BC上に点Dを、AD=3√3かつ∠ADCが鋭角、となるようにとる。点Pを線分BD上の点とし、△APCの外接円の半径をRとすると、Rのとり得る値の範囲は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \leq R \leq \text{コ}$ である。 [センター試験]

7.5.3 → 七五三 7...ア

$$\begin{aligned} AC \text{ の長さを } x \text{ とすると } x^2 &= 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ \\ &= 34 + 15 \\ &= 49 \quad \therefore x = 7 \text{ ...ア} \\ \sin \angle ABC &= \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ...イウ} \end{aligned}$$

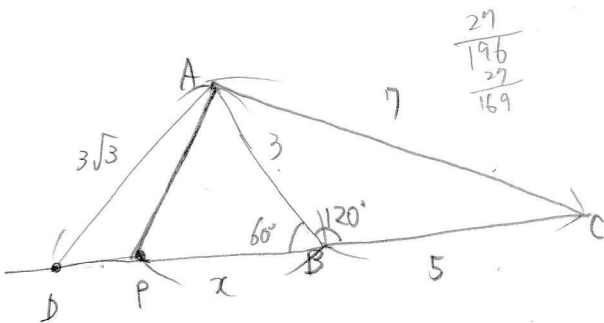


$$\frac{7}{\sin 120} = \frac{3}{\sin \angle BCA} \text{ ...ア}$$

(正弦定理)

$$\sin \angle BCA = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin \angle BCA = \frac{3\sqrt{3}}{14} \text{ ...エオカキ}$$



最小値は ∠APC = 90° のとき $R = \frac{7}{2}$

$$\begin{aligned} PB = x \text{ とおくと } AP^2 &= x^2 + 9 - 2 \cdot x \cdot 3 \cos 60^\circ \\ AP^2 &= x^2 - 3x + 9 \end{aligned}$$

$$\frac{AP}{\frac{3\sqrt{3}}{14}} = 2R \quad \frac{7}{3\sqrt{3}} AP = R$$

$$\therefore AP = \sqrt{x^2 - 3x + 9} = \sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4}}$$

∴ $x = \frac{3}{2}$ のとき最小値 $AP = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ とおくと $R = \frac{7}{2}$

最大値は P と D が重なるとき $\frac{3\sqrt{3}}{\frac{3\sqrt{3}}{14}} = 2R \quad R = 7$

$$\therefore \frac{7}{2} \leq R \leq 7 \text{ ...ア}$$