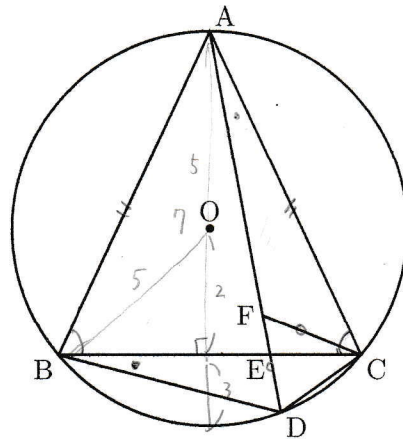


右の図のように、 $\triangle ABC$ は、頂点 A, B, C が、円 O の円周上にあり、

$\angle ABC = \angle ACB$ である。点 D を、線分 BC について点 A と反対側の円周上にとり、線分 AD と線分 BC との交点を E とする。点 B と D 、点 C と D をそれぞれ結び、線分 AD 上に、 $CF=DF$ となるように点 F をとる。



この図において、あとの問いに答えなさい。

- 1 下線部について、点 F を作図する手順を、交点という言葉を用いて 2 回以上、円という言葉を用いて 1 回以上用いて説明しなさい。
- 2 $\triangle AFC \sim \triangle BDC$ であることを証明しなさい。
- 3 円 O の半径が 5 cm 、辺 BC を底辺としたときの $\triangle ABC$ の高さが 7 cm であるとき、 $\triangle AFC$ と $\triangle BDC$ の面積比を求めなさい。

[山形県]

1 点 D と点 C に線分 DC の半分の長さの幅をコンパスでとる。その長さをかえずに点 D と点 C で円をかく。そのとき交点が 2 つできる。その交点を結ぶ。これは線分 DC の垂直二等分線である。このとき線分 AD との交点を F とすればよい。

2. $\triangle AFC$ と $\triangle BDC$ で
 \widehat{BC} に対する円周角は等しいので
 $\angle FAC = \angle DBC \dots \textcircled{1}$
 $\angle ACF = \angle ACE - \angle FCE$
 $\angle BCD = \angle FCD - \angle FCE$
 ここで
 $\angle ABC = \angle FDC$ (\widehat{AC} の円周角)
 $AB = AC, CF = DF$ より
 $\angle ABC = \angle FDC = \angle ACE = \angle FCD$
 であるから $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ より
 $\angle ACF = \angle BCD \dots \textcircled{4}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{4}$ より 2 組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle AFC \sim \triangle BDC$

3. AC と BC の長さを求めら
 ぬるので、それを 2 乗すれば
 面積比が求められる。
 $BC = \sqrt{25 - 4 \times 2} = 2\sqrt{21}$
 $AC = \sqrt{7^2 + (\sqrt{21})^2} = \sqrt{70}$
 よって面積比は

$$(\sqrt{70})^2 : (2\sqrt{21})^2 = 70 : 84 = 5 : 6$$

$$\underline{\underline{5 : 6}}$$