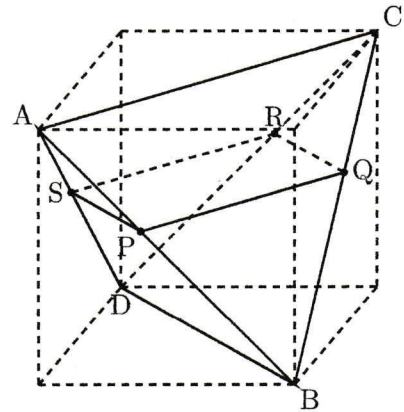


一辺の長さが $5\sqrt{2}$ cm である立方体の頂点を図のように結び、三角錐 ABCD をつくる。



(1) 三角錐 ABCD の体積を求めなさい。

三角錐 ABCD の各辺 AB, BC, CD, DA 上にそれぞれ $AP=CQ=CR=AS=x$ cm となるように点 P, Q, R, S をとる。このとき、4 点は同一平面上にある。ただし、 $0 < x < 5$ とする。

(2) 四角形 PQRS の面積が 24 cm^2 であるとき、 x の値を求めなさい。

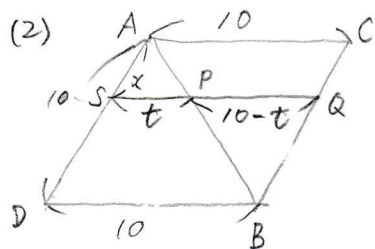
(3) x の値は (2) の値とする。四角形 PQRS によって三角錐 ABCD を 2 つに切るとき、小さい方の体積を V_1 、大きい方の体積を V_2 とする。 $\frac{V_1}{V_2}$ の値を求めなさい。

[大阪教育大附属 池田]

(1) $5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 250\sqrt{2} \dots$ 立方体

$$\frac{5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 4}{\text{三角錐}} = \frac{500\sqrt{2}}{3}$$

求める体積は $250\sqrt{2} - \frac{500\sqrt{2}}{3} = \frac{250\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$



$SA=10, SP=t$ とすると $PQ=10-t$

$t(10-t) = 24$

$t^2 - 10t + 24 = 0$

$(t-4)(t-6) = 0$

$t=4$ のとき

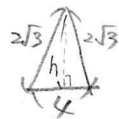
$x=10-4=6$ 不適 $0 < x < 5$

$t=6$ のとき

$x=10-6=4$ 不適 $0 < x < 5$

よって $x=4$

三角錐, 三角錐の底面積



$h = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$

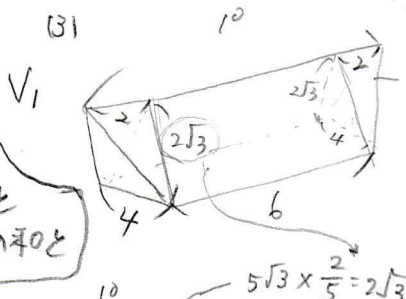
$4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

よって V_1 の体積は $\frac{4\sqrt{2} \times 6}{3} + \frac{4\sqrt{2} \times 2 \times \frac{1}{3} \times 2}{2} = \frac{88\sqrt{2}}{3} \dots V_1$

$V_2 = \frac{250\sqrt{2}}{3} - \frac{88\sqrt{2}}{3} = \frac{162\sqrt{2}}{3} \dots V_2$

1 数楽 <http://www.mathtext.info/>

よって $\frac{V_1}{V_2} = \frac{88\sqrt{2}}{3} \div \frac{162\sqrt{2}}{3} = \frac{88}{162} = \frac{44}{81}$



V_1 は三角錐 2 つと三角柱 1 つの和と考える

