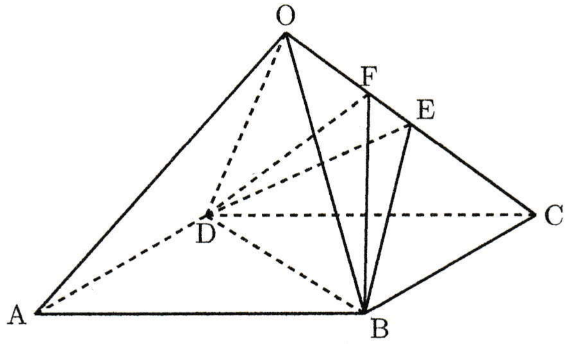
右の図のように, 立体 OABCD は, 正方形 ABCD を底面とする正四角錐である。E は辺 OC の中点, F は辺 OC 上の点で, OF : FC=1 : 2 である。

正四角錐 OABCD のすべての辺の長さが 6 cm のとき, 次の①, ②の問いに答えなさい。このとき, 次の (1)～(3) に答えよ。

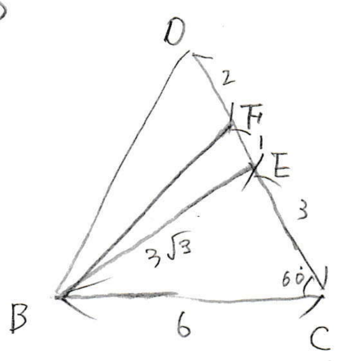
① 線分 FB の長さは何 cm か, 求めなさい。

② B, D, E, F を頂点とする三角錐の体積は何 cm^3 か, 求めなさい。



〔愛知県〕

①



OF : FC = 1 : 2 で OC = 6cm

なので

OF = 2cm FC = 4cm

E は中点より OE = 3cm

よって FE = OE − OF = 3 − 2 = 1(cm)

BE は 1 : 2 : $\sqrt{3}$ より BE = $3\sqrt{3}$

よって OF $= \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{28}$ $2\sqrt{7}$ cm

② 三角すい D−BEF は 三角すい D−OBC の何倍かを考えればよい

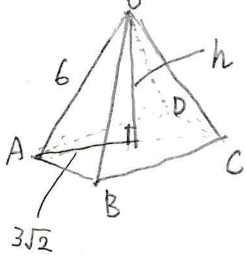
三角すい D−BEF と 三角すい D−OBC の比は △BEF と △OBC を比べればよい

△BEF は △OBC を S とすると △BEF $= \frac{1}{6}S$ であるから

三角すい D−BEF は 三角すい D−OBC の $\frac{1}{6}$ 倍

三角すい D−OBC は 三角すい O−ABCD の $\frac{1}{2}$ であるので

三角すい D−BEF = 三角すい O−ABCD $\times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ 三角すい O−ABCD



三角すい O−ABCD の高さ h は

$h = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$

三角すい O−ABCD の体積は $36 \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 36\sqrt{2}$ (cm³)

よって 三角すい D−BEF $= \frac{1}{12} \times 36\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}$ cm³