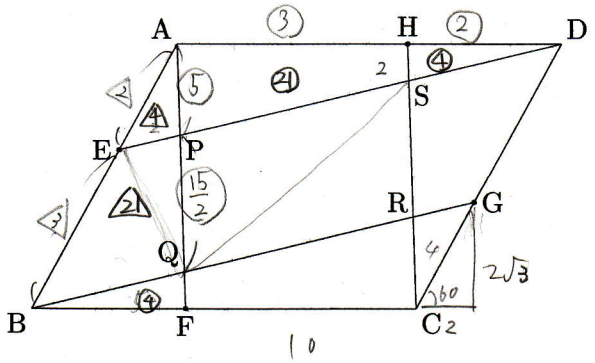
14

右の図で、四角形ABCDは平行四辺形である。点E,F,G,Hはそれぞれ辺AB,BC,CD,DA上にある点で、
AB:EB= 2 : 3
BF:FC= 2 : 3
CG:GD= 2 : 3
DH:HA= 2 : 3
である。頂点Aと点F、頂点Bと点G、頂点Cと点H、頂点Dと点Eをそれぞれ結び、
線分AFと線分DEとの交点をP、線分AFと線分BGとの交点をQ、線分BGと線分CHとの交点をR、線分CHと線分DEとの交点をSとする。次の問いに答えなさい。



(1) 四角形PQRSが平行四辺形であることを証明しなさい。

(2) 四角形PQRSの面積は、四角形ABCDの面積の何分のいくつか。

(3) 四角形ABCDがひし形となる場合を考える。AB=10 cm,∠ABC =60° のとき、線分BGの長さを求めなさい。

〔12 東京都立戸山〕

(1) ~~四角形PQRS~~

AH // FC —①

$AH = \frac{3}{5}AD$

$FC = \frac{3}{5}BC$

AD=BCより AH=FC—②

①、②より1組の向かい合う辺が等しくて平行なので

四角形AFCHは平行四辺形

よってAF // HC

つまりPQ // SR —③

同様にして

四角形EBGDは平行四辺形

よってED // BG

つまりPS // QR —④

③、④より2組の向かい合う辺が平行なので四角形PQRSは平行四辺形である。

(2)

△DHS : △DAP = $2^2 : 5^2$ = 4 : 25

△AEP : △ABQ = $2^2 : 5^2$ = 4 : 25

25 + 4 = 25 + 4

(△ABF) = (△AED) = $\boxed{29}$

△ABF = $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$ × 平行四辺形ABCD

$\boxed{29}$ = $\frac{1}{5}$ 平行四辺形ABCD

平行四辺形ABCD = $\boxed{145}$

平行四辺形PQRS = $\boxed{145} - \boxed{25} \times 4$

= $\boxed{45}$

よって $\frac{45}{145} = \frac{9}{29}$ 倍

(3)

$BG = \sqrt{12^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{39}$

$2\sqrt{39}$ m