

a を正の定数とし,

$$S_n = \frac{a}{1+a} + \frac{a^2}{1+a^2} + \cdots + \frac{a^n}{1+a^n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

とすると,

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{1+a^n}$ の値を求めよ。
- (2) $1 \leq a$ のとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$ を示せ。
- (3) $0 < a < 1$ のとき, $S_n < \frac{a}{1-a}$ ($n = 1, 2, \dots$) が成り立つことを示せ。

[武蔵工大]