



次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos^n \theta - \sin^n \theta}{\cos^n \theta + \sin^n \theta} \quad \left( \text{ただし, } -\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4} \right)$$

[東京電機大]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \tan^n \theta}{1 + \tan^n \theta} = 1$$

$$-1 < \tan \theta < 1 \quad \left( \because -\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \tan^n \theta = 0$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \text{ 及び } \tan \theta = 1 \text{ のとき } \lim_{n \rightarrow \infty} \tan^n \theta = 1$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta \leq -\frac{\pi}{4} \text{ 及び } \tan \theta \leq -1 \text{ のとき } \lim_{n \rightarrow \infty} \tan^n \theta \text{ は存在しない}$$

$$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ のとき } \tan \theta > 1 \text{ のとき } \lim_{n \rightarrow \infty} \tan^n \theta = \infty$$

さらに

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

で考えれば

$\tan \theta$  は