

平面上を運動する点Pの座標を (x, y) とし、時間 t (単位は秒)との間に $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = x$ なる関係が成り立つものとする。

- (1) 原点と点Pとの距離は時間 t に関係なく一定であることを示せ。
- (2) 点Pが点 $(1, 1)$ を通過してから x 軸にはじめて達するまでに何秒かかるか。

[愛知工大]

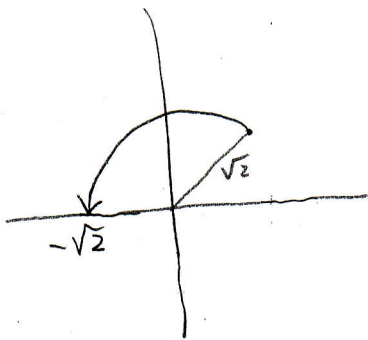
(1) $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = x$ とする。P (x, y) は r を円の半径とすると

$$\begin{cases} x = r \cos t \\ y = r \sin t \end{cases} \quad \text{である。このとき原点からの距離は}$$

$x^2 + y^2 = r^2$ となり、原点との距離は一定で r になる。
($\because r$ は定数である: $r > 0$)

(2) $x^2 + y^2 = r^2$ で $(1, 1)$ を通るとして

$r^2 = 2$



基本公式 道のり ÷ 速度 = 時間を求める

左図のおうぎ形の弧の長さを

$$2\sqrt{2} \times \frac{3}{8}\pi = \frac{3\sqrt{2}}{4}\pi$$

速度は

$$\vec{v} = (-y, x) = (-1, 1) \text{ 有り}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2} \text{ であるから}$$

求める時間は

$$\frac{3\sqrt{2}}{4}\pi \div \sqrt{2} = \frac{3}{4}\pi$$

$\frac{3}{4}\pi$ 秒