

関数 $f(x) = xe^{-x}$ について,

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形をえがき, 極値をとる点および変曲点の座標を示せ。
- (2) この曲線と原点における接線および直線 $x = -1$ と $x = 1$ とに囲まれる部分の面積を求めよ。

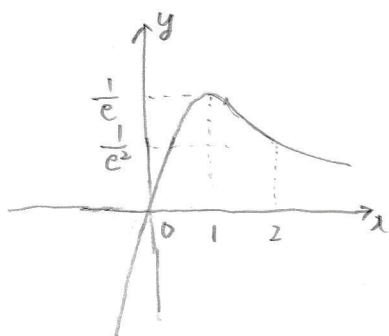
[順天堂大]

1) $f'(x) = e^{-x} - xe^{-x}$

$= e^{-x}(1-x)$ $e^{-x} > 0$ より $x=1$ で極値をとる。

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ $f(0) = 0$

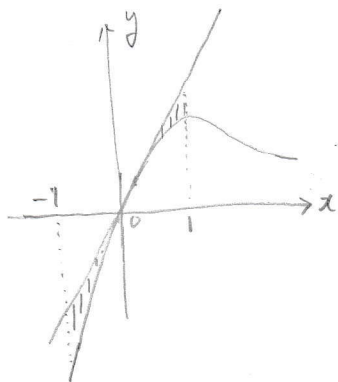
x	$-\infty$...	1	...	∞
$f(x)$			0		
$f'(x)$	< 0		> 0		< 0



$f''(x) = -e^{-x}(1-x) - e^{-x}$
 $= -e^{-x}(2-x)$

変曲点は $(2, 2e^{-2})$

(2) 原点における接線は $y = f'(0)x$ 即ち $y = x$



$$\int_{-1}^1 (x - xe^{-x}) dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^1 - \left\{ [-xe^{-x}]_{-1}^1 + \int_{-1}^1 e^{-x} dx \right\}$$

$$= [xe^{-x}]_{-1}^1 + [e^{-x}]_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{e} - (-e) + \frac{1}{e} - e$$

$$= \frac{2}{e}$$