



a を正の定数とする。曲線 $y = \log(x - a)$ に原点 O から引いた接線の接点を P とし、 P の x 座標を p とする。以下の各問いに答えよ。

(1) 部分積分法を用いて不定積分 $\int \log x \, dx$ を求めよ。

(2) a, p の関係式を求めよ。

(3) 曲線 $y = \log(x - a)$ と x 軸および直線 $x = p$ により囲まれた図形の面積を a を用いて表せ。

1) $f(x) = 1 \quad g(x) = \log x$ [日本女子大]

$$\int \log x = x \log x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$\therefore \int \log x = x \log x - x$$

2) 原点を通る接線は 接点を $(p, \log(p-a))$ とすると

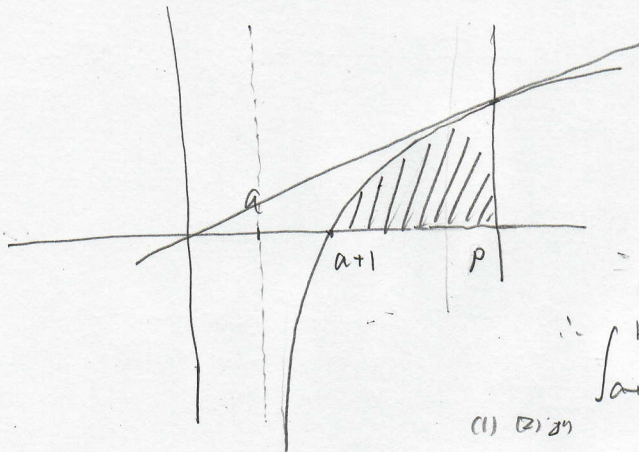
$$y' = \frac{1}{x-a} \quad y = \frac{1}{p-a}(x-p) + \log(p-a)$$

原点を通るから

$$0 = -\frac{p}{p-a} + \log(p-a) \quad \log(p-a) = \frac{p}{p-a}$$

$$\therefore p-a = e^{\frac{p}{p-a}}$$

3)



求める面積は

$$\int_{a+1}^p \log(x-a) dx$$

$$x-a = t \text{ とおくと } dx = dt$$

$$x: a+1 \rightarrow p$$

$$t: 1 \rightarrow p-a$$

$$\therefore \int_{a+1}^p \log(x-a) dx = \int_1^{p-a} \log t \, dt$$

(1) (2) 2)

$$= [t \log t - t]_1^{p-a}$$

$$= (p-a) \log(p-a) - (p-a) + 1 \log 1 + 1$$

$$= (p-a) \cdot \frac{p}{p-a} - p + a + 1$$

$$= a + 1$$

$$\therefore \frac{a+1}{1}$$

