



3c 極値 4



関数 $y = e^{2x} + ae^x + 2x$ の極大値と極小値の和が -11 となるように定数 a の値を求めよ。 [群馬大]

$$y' = 2e^{2x} + ae^x + 2 \text{ となり } e^x = t \text{ とおくと}$$

$$y' = 2t^2 + at + 2 \quad (t > 0)$$

極大・極小値をとるときから判別式 $D > 0$.

$$a^2 - 16 > 0 \quad a < -4, a > 4 \quad \dots ①$$

2つの実数解 α, β はともに正である。

$$\alpha + \beta = -\frac{a}{2} \quad \alpha\beta = 1 \text{ とともに正である。} \quad \therefore a < 0 \quad \dots ②$$

①②より $a < -4 \dots (a)$

また $\alpha = e^p, \beta = e^q$ とおくと

$$e^p + e^q = -\frac{a}{2} \quad e^p \cdot e^q = 1 \rightarrow p + q = 0.$$

題意より

$$e^{2p} + ae^p + 2p + e^{2q} + ae^q + 2q = -11$$

$$(e^p + e^q)^2 - 2e^{p+q} + a(e^p + e^q) + 2(p+q) = -11$$

$$\left(-\frac{a}{2}\right)^2 - 2 + a \cdot \left(-\frac{a}{2}\right) + 2 \cdot 0 = -11$$

$$\frac{a^2}{4} - 2 - \frac{a^2}{2} = -11$$

$$-\frac{a^2}{4} = -9$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \pm 6$$

条件 (a) より $a = 6$

